# الوحدة الثالثة عشرة

# النسب المثلثية لزوايا قياسها اكبر من ٩٠°

## الصف العاشر

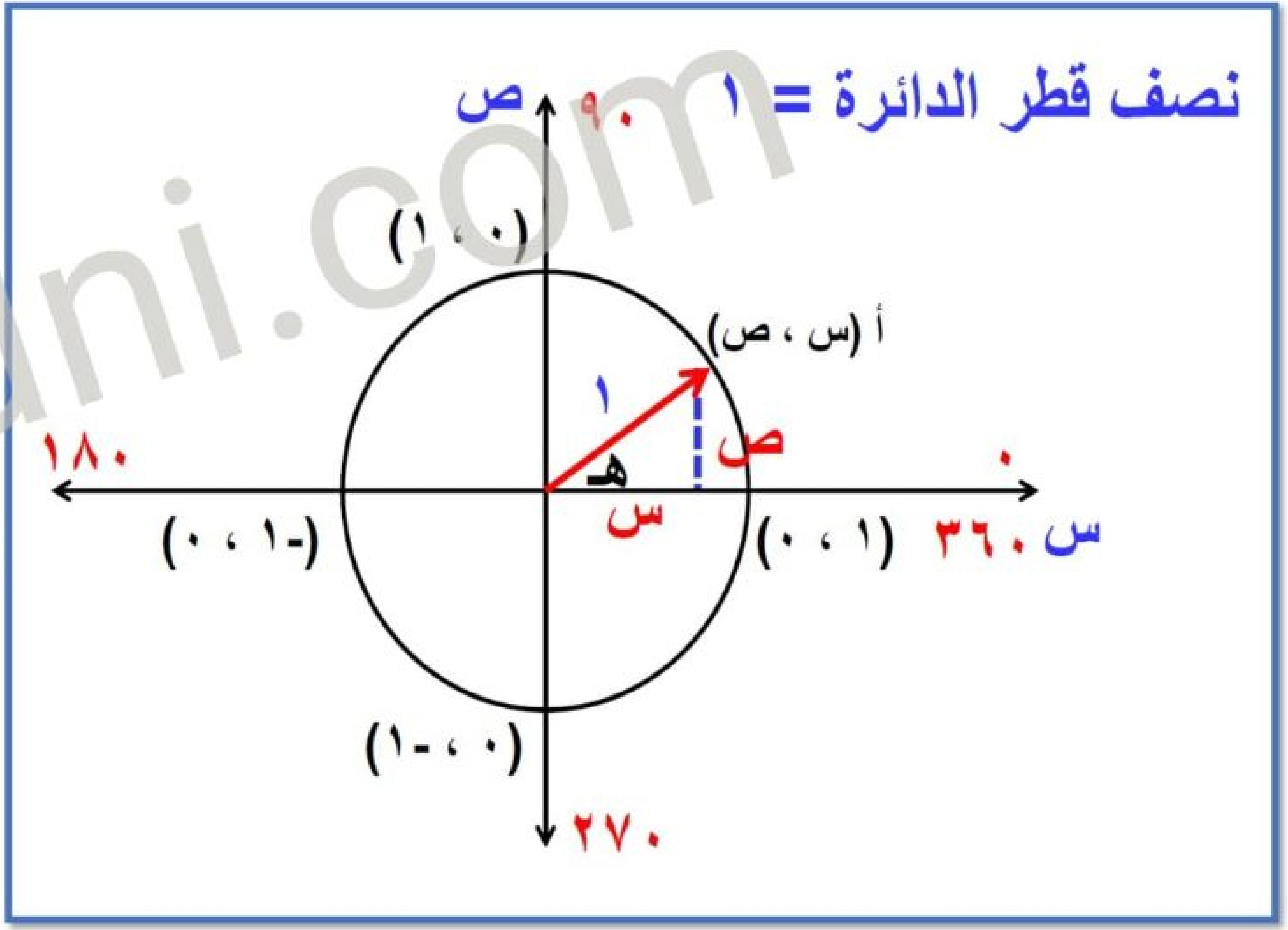
# ( ١٣ - ١ )

# الجيب وجيب التمام والظل لزوايا أكبر من ٩٠°

# التعلم القبلي

$$\text{جا هـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ص}}{1} = \text{ص}$$

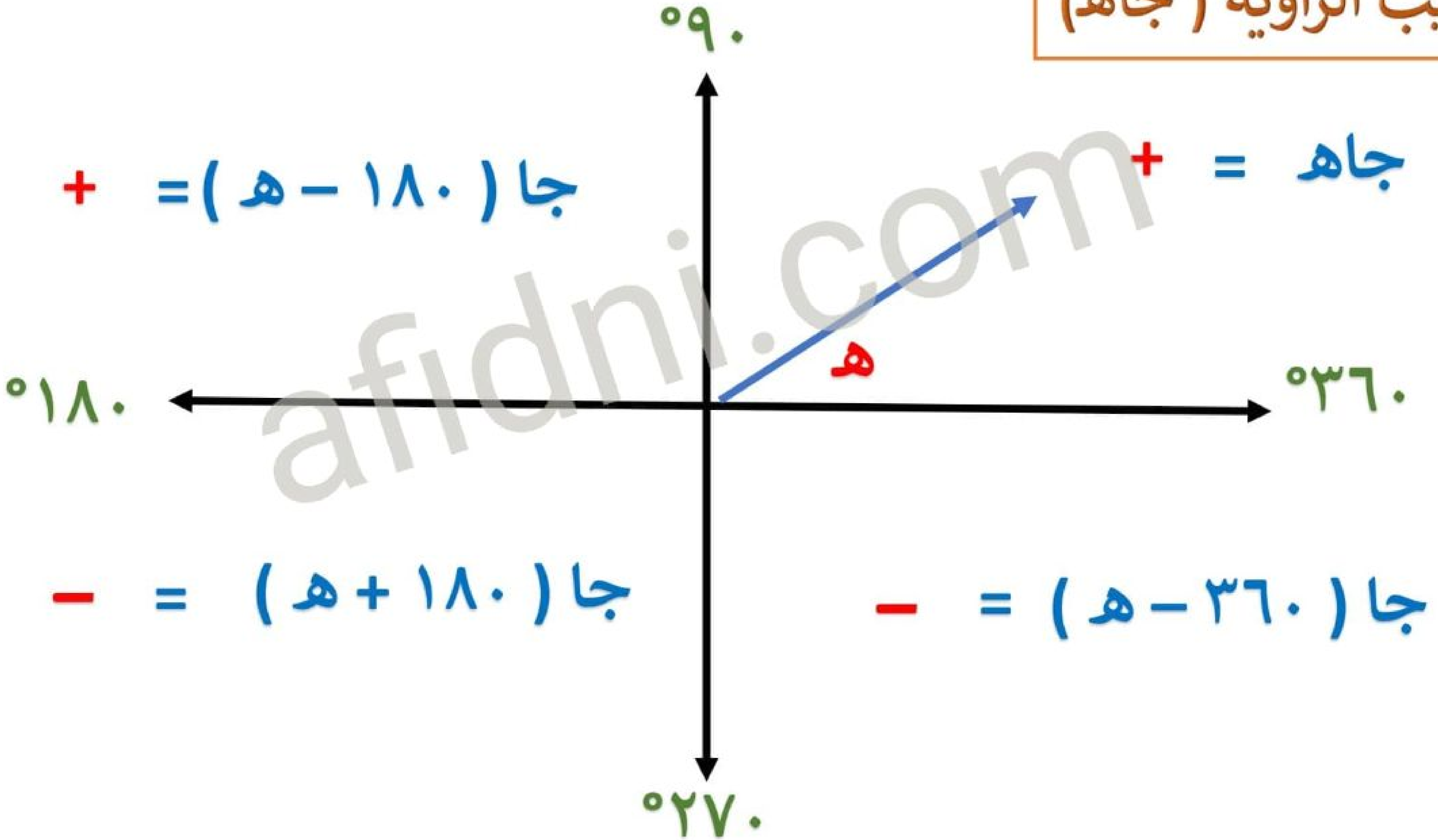
$$\text{جتا هـ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{س}}{1} = \text{س}$$



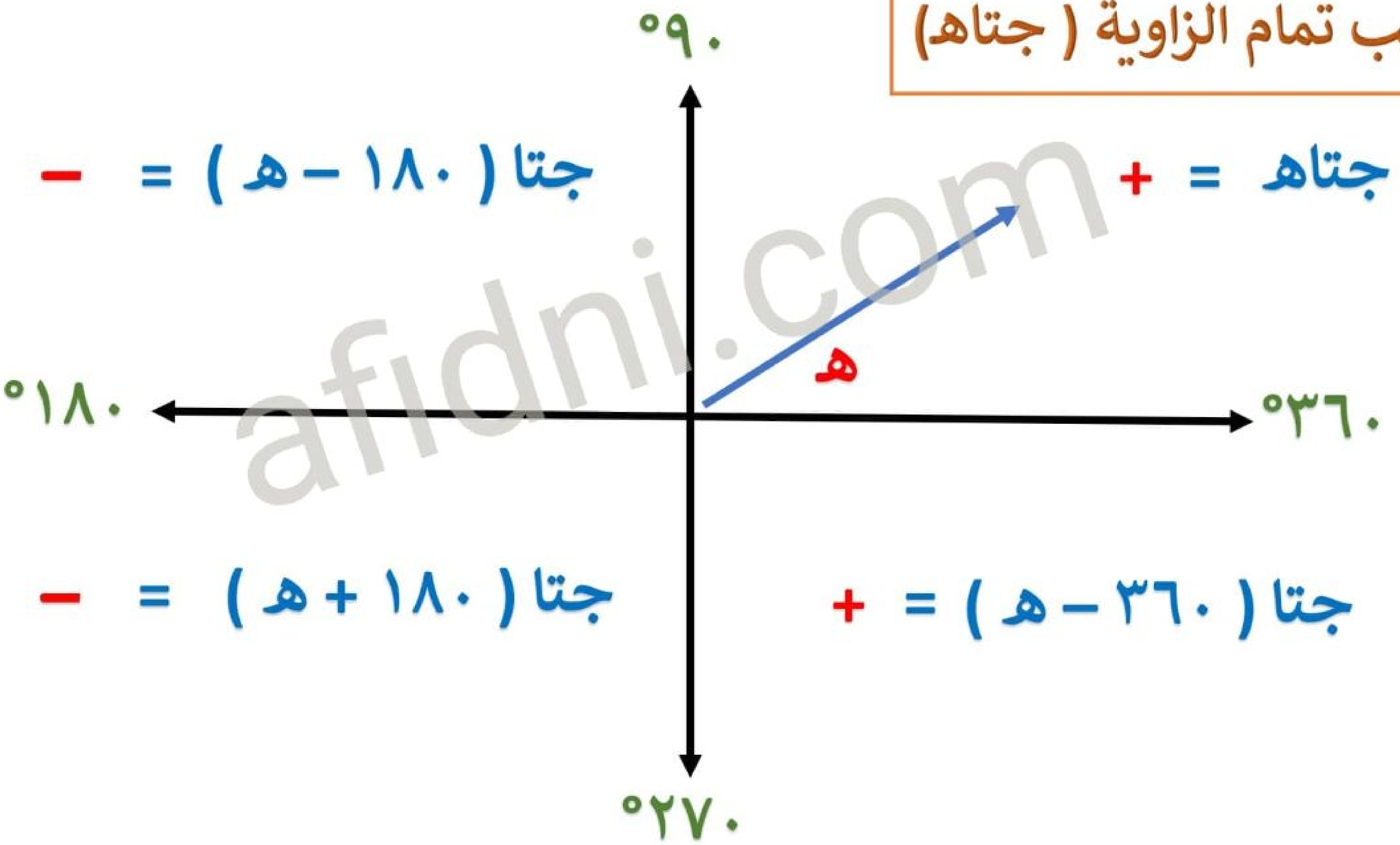

النقطة ( س ، ص ) =

( جتا هـ ، جا هـ )

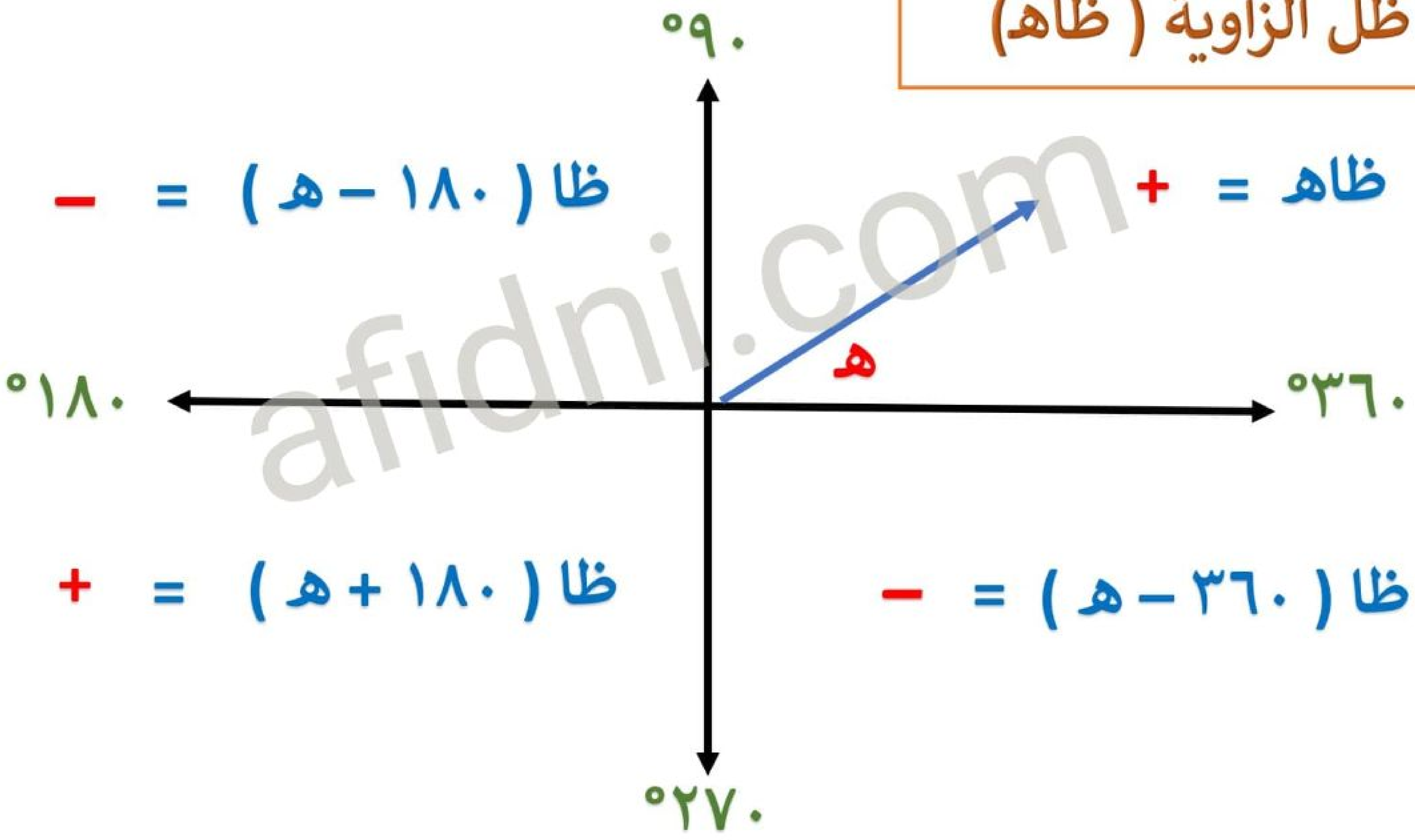
# جيب الزاوية ( جاهـ)



# جيب تمام الزاوية ( جتاهـ )



# ظل الزاوية ( ظاهـ)



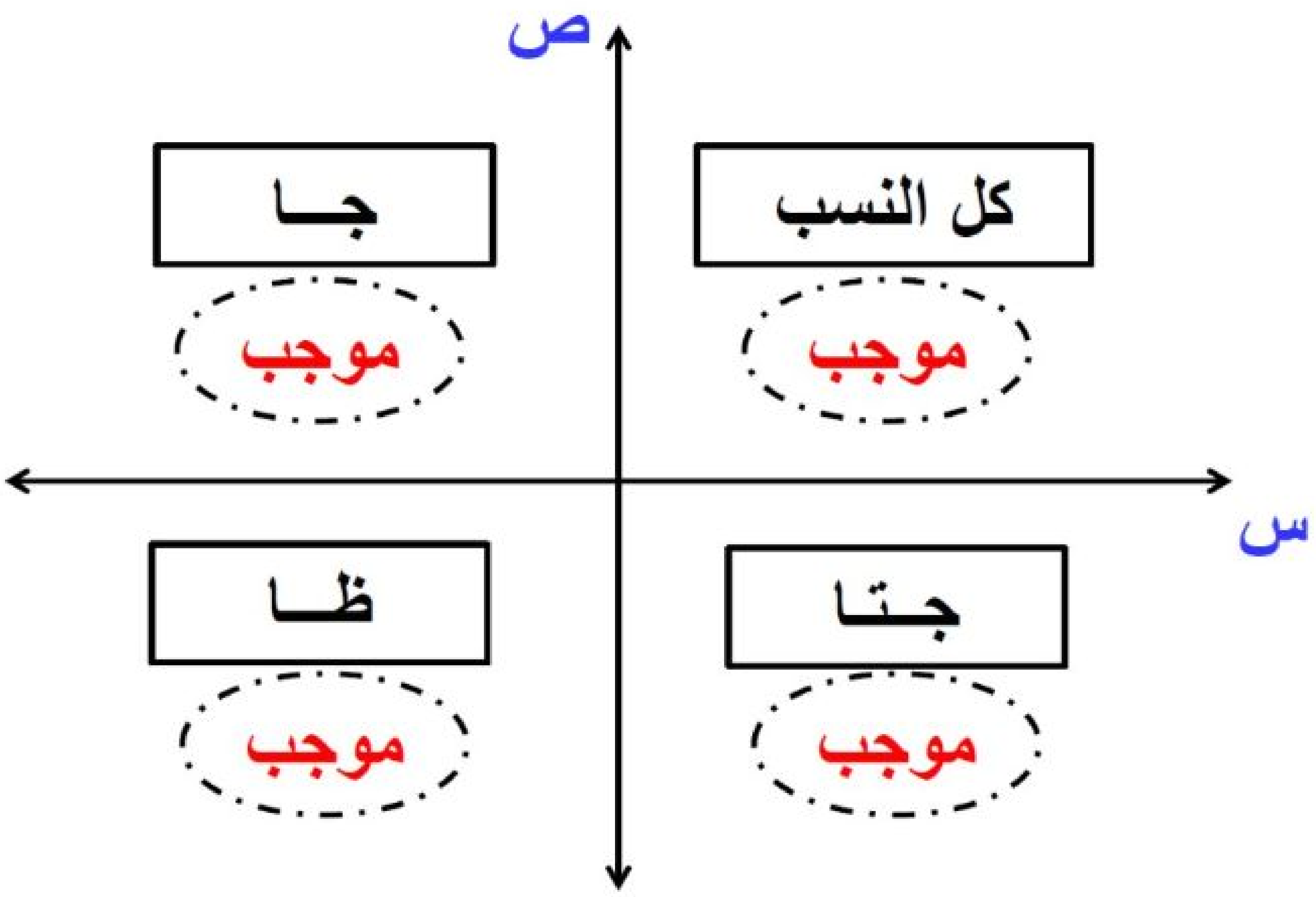

ظاهـ = +

ظا ( ١٨٠ – هـ ) = –

ظا ( ١٨٠ + هـ ) = +

ظا ( ٣٦٠ – هـ ) = –

# إشارة النسب المثلثية



## (١٣-١) الجيب وجيب التمام والظل لزوايا أكبر من ٩٠°

### التعلم القبلي:

١) تذكر الزاويتين المتكاملتين هي زاويتين مجموع قياسهما ١٨٠°

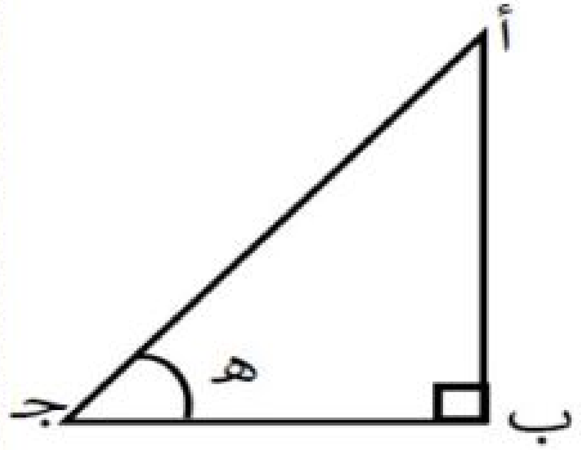
س° ⟵ ١٨٠ − س°

٢٠° ⟵ ١٨٠ − ٢٠ =١٦٠°

٤٠° ⟵ ١٨٠ − ٤٠ =١٤٠°

٢) تعلمنا سابقا كيفية إيجاد النسب المثلثية لأي زاوية حادة:

| | | |
|---|---|---|
| جاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ | جتاهـ= $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ | ظاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ |
| sin | cos | tan |



استقصاء (١): استخدم الآلة الحاسبة لإكمال الجداول الآتية:

| | |
|---|---|
| جا ٣٠° = ٠,٥ | جا ١٥٠° = ٠,٥ |
| جا ١٠° = ٠,١٧٣ | جا ١٧٠° = ٠,١٧٣ |
| جا ٦٠° = ٠,٨٦ | جا ١٢٠° = ٠,٨٦ |

| | |
|---|---|
| جتا ٣٠° = ٠,٨٦ | جتا ١٥٠° = ٠,٨٦ |
| جتا ١٠° = ٠,٩٨ | جتا ١٧٠° = ٠,٩٨ |
| جتا ٦٠° = ٠,٥ | جتا ١٢٠° = ٠,٥ |

| | |
|---|---|
| ظا ٣٠° = ٠,٥٧ | ظا (١٨٠-٣٠°) = ٠,٥٧ |
| ظا ١٠° = ٠,١٧٦ | ظا (١٨٠-١٠°) = ٠,١٧٦ |
| ظا ٦٠° = ١,٧٣ | ظا (١٨٠-٦٠°) = ١,٧٣ |

ما العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين المتكاملتين؟

متساويتان في القيمة

## بنفس الطريقة السابقة يمكن استنتاج العلاقة بين

### النسب المثلثية للزاويتين :هـ ، ١٨٠° + هـ

جا(١٨٠ + هـ) = — جا هـ

جا(١٨٠ + ١٠) = — جا١٠

جا ١٩٠ = — جا ١٠

جتا(١٨٠ + هـ) = — جتا هـ

جتا ٢٠٠ = — جتا ٢٠

ظا(١٨٠ + هـ) = ظا هـ

ظا ٢٤٠ = ظا ٦٠

ظا ٢١٠ = ظا ٣٠

### النسب المثلثية للزاويتين: هـ ، ٣٦٠ — هـ

جا(٣٦٠ - هـ) = — جا هـ

جا ٣٠٠ = — جا ٦٠

جتا(٣٦٠ - هـ) = جتا هـ

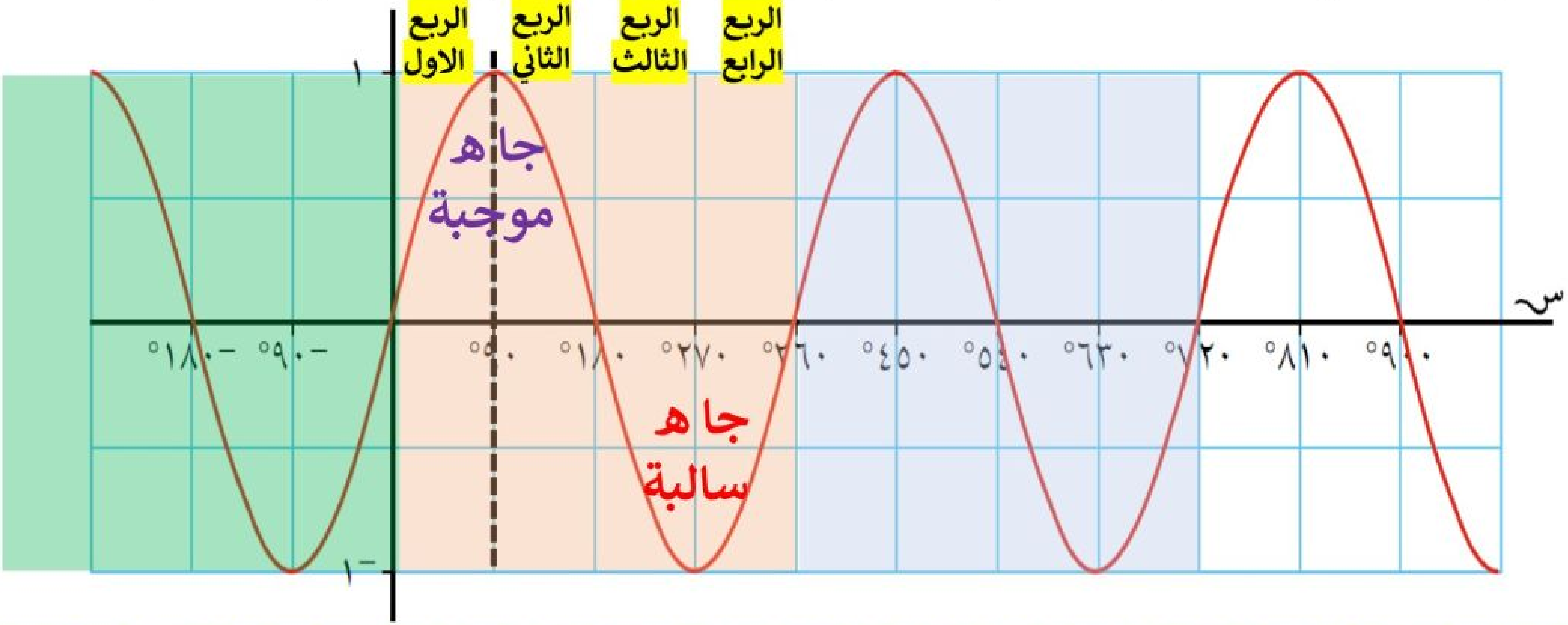
جتا ٣٥٠ = جتا ١٠

ظا(٣٦٠ - هـ) = — ظا هـ

ظا ٣٣٠ = — ظا ٣٠

## التمثيل البياني للدالة ص = جاهـ

| هـ | ٠° | ٩٠° | ١٨٠° | ٢٧٠° | ٣٦٠° | ٤٥٠° | ٥٤٠° | ٦٣٠° | ٧٢٠° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| جاهـ | ٠ | ١ | ٠ | ١- | ٠ | ١ | ٠ | ١- | ٠ |



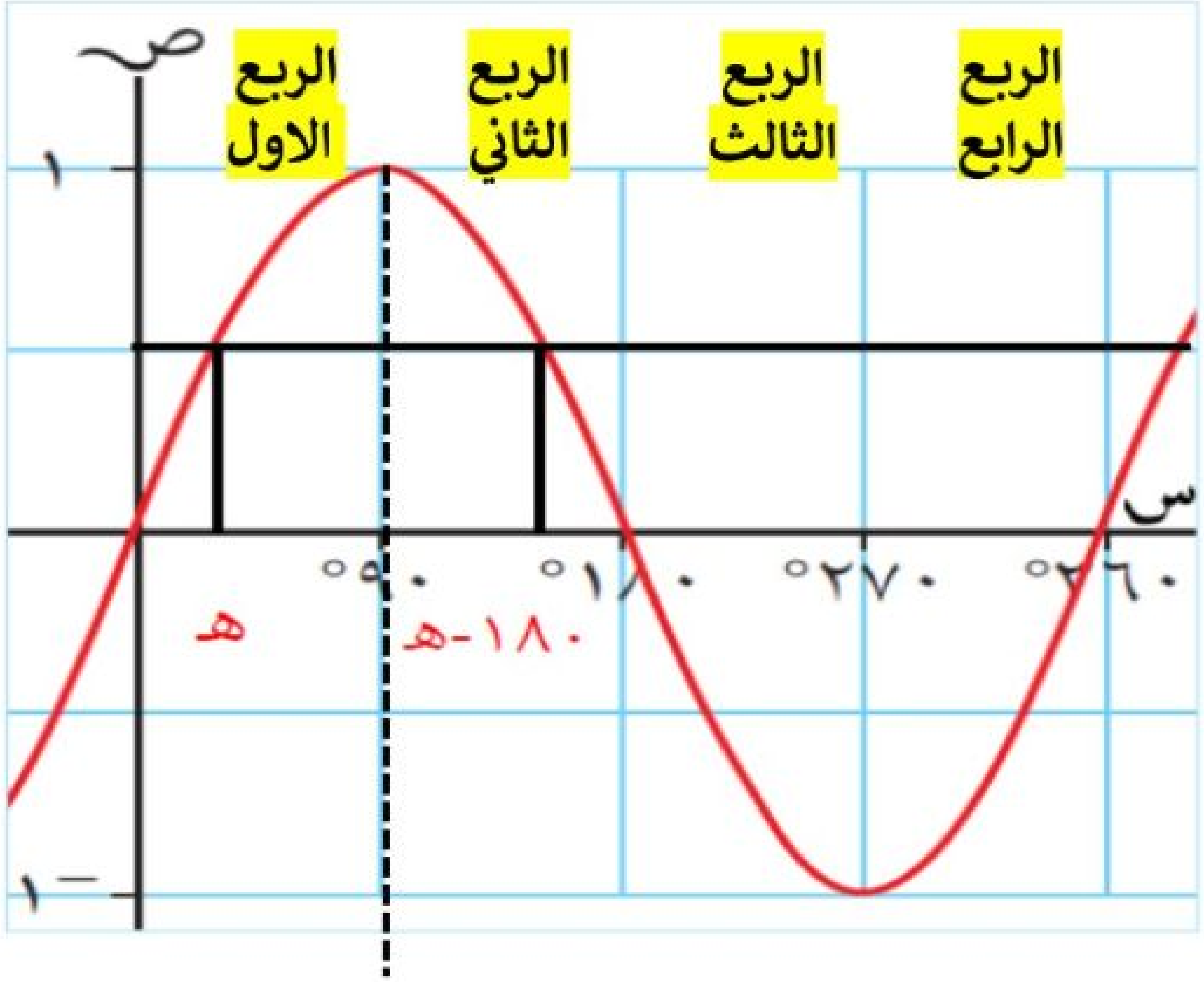
## خواص التمثيل البياني للدالة ص = جا(هـ)

١) الدالة دورية يتكرر منحناها كل ٣٦٠° في الاتجاهين الموجب والسالب.

٢) جزء المنحنى الواقع بين (٠° ، ١٨٠°)

متماثل بالانعكاس حول المستقيم هـ= ٩٠°

جا(١٨٠ – هـ)= جاهـ




٣) قيمة جا(هـ)

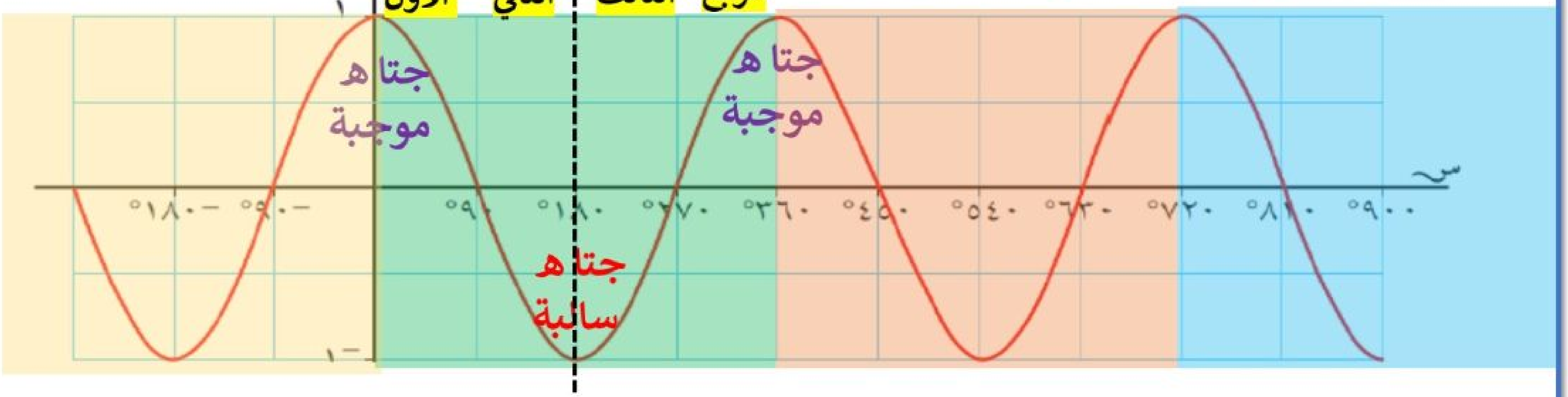
لاتزيد على(١) ولا تقل عن(-١).

٤) الدالة جاهـ تكون:

موجبة إذا كانت ٠° < هـ < ١٨٠°

سالبة إذا كانت ١٨٠° < هـ < ٣٦٠°

## التمثيل البياني للدالة ص= جتا(هـ)




## خواص التمثيل البياني للدالة ص= جتا(هـ):

١) الدالة دورية منحناها يتكرر كل ٣٦٠°

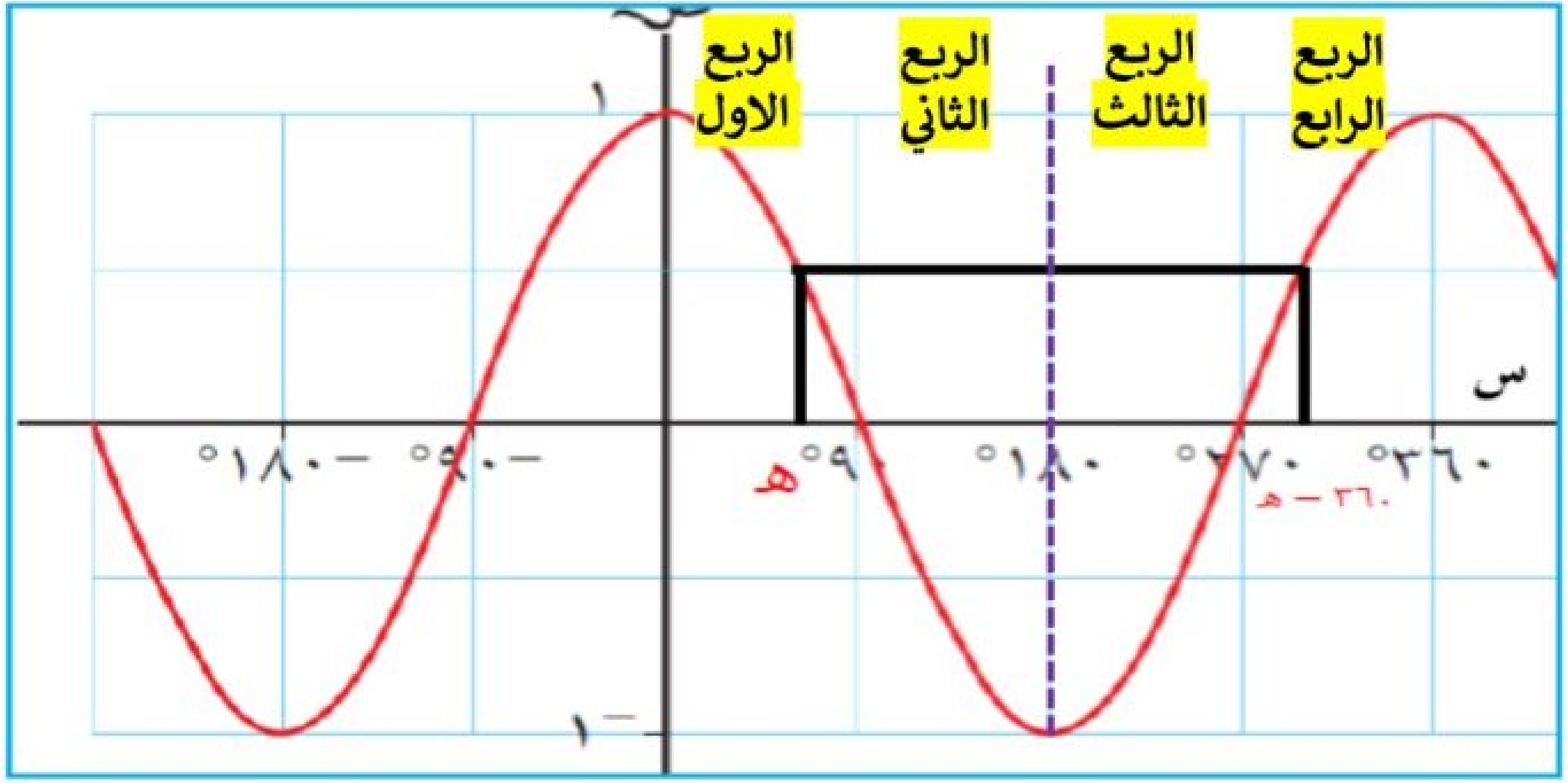
**جتا (هـ) = جتا (- هـ)**

٢) الدالة جتا(هـ)تكون :

موجبة إذا كانت: ٠° < هـ < ٩٠° ، ٢٧٠° < هـ < ٣٦٠° .

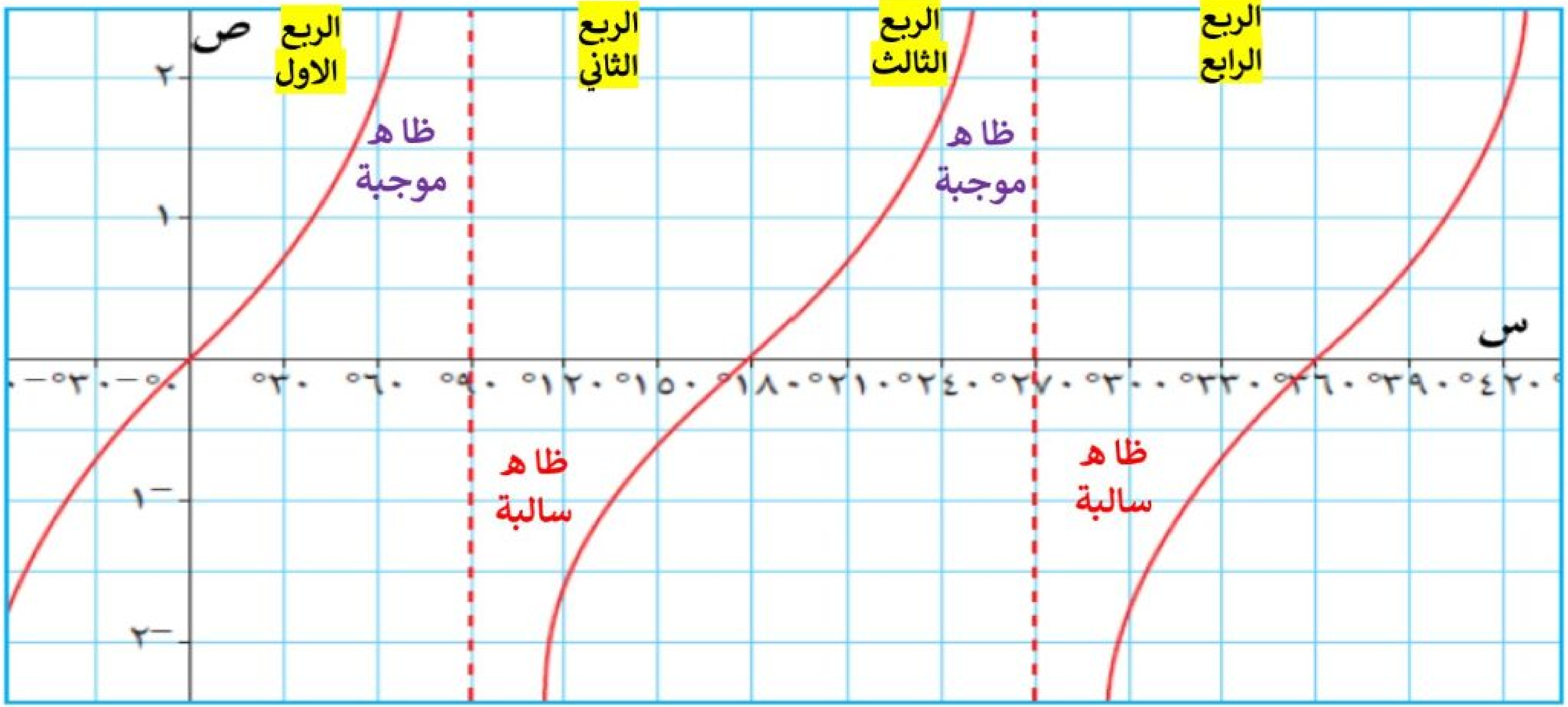
وسالبة إذا كانت: ٩٠° < هـ < ٢٧٠° .

٣) جزء المنحنى الواقع بين ٠° ، ٣٦٠° متماثل بالانعكاس حول المستقيم ه= ١٨٠° ، أي جتا(١٨٠ – ه )= – جتاه




٤) يمكن إيجاد جيب التمام لأي زاوية، جتاه لا تزيد عن( ١ )ولا تقل عن( -١)

# التمثيل البياني للدالة ص= ظا(هـ)



## خواص التمثيل البياني للدالة ص = ظا(هـ)

١) منحـــنى الـــدالة دوري يتـــكرر كل ١٨٠° أي أن ظا(١٨٠+ هـ )= ظـاهـ
٢) يمكن إيجاد ظل أي زاوية الا الزوايا ذات القياس ٩٠° ومضاعفاتها الفـــردية
(المضاعف الأول والثالث والخامس وهكذا......) لأن ظل تلك الزوايا غير موجود.

٣) منحنى ظا(هـ) غير متصل فهو مكون من عدة قطع .

٤) يسمى المستقيم هـ= ٩٠ ، هـ= ٢٧٠ ، هـ = أي مضـــاعف فردي لـ ٩٠° خط تقارب رأسي للمنحنى لأن المنحنى يقترب منه ولكن لا يمسه ولا يقطعه.

٥) الظل موجب بين الزاويتين ٠° ، ٩٠° وبين الزاويتـين ١٨٠° ، ٢٧٠°
ويكون سالب بين الزاويتين ٩٠° ، ١٨٠° وبين الزاويتين ٢٧٠° ، ٣٦٠°.

مناقشة مثال (٣) كتاب الطالب صفحة ١٢٣

## مثال ٣

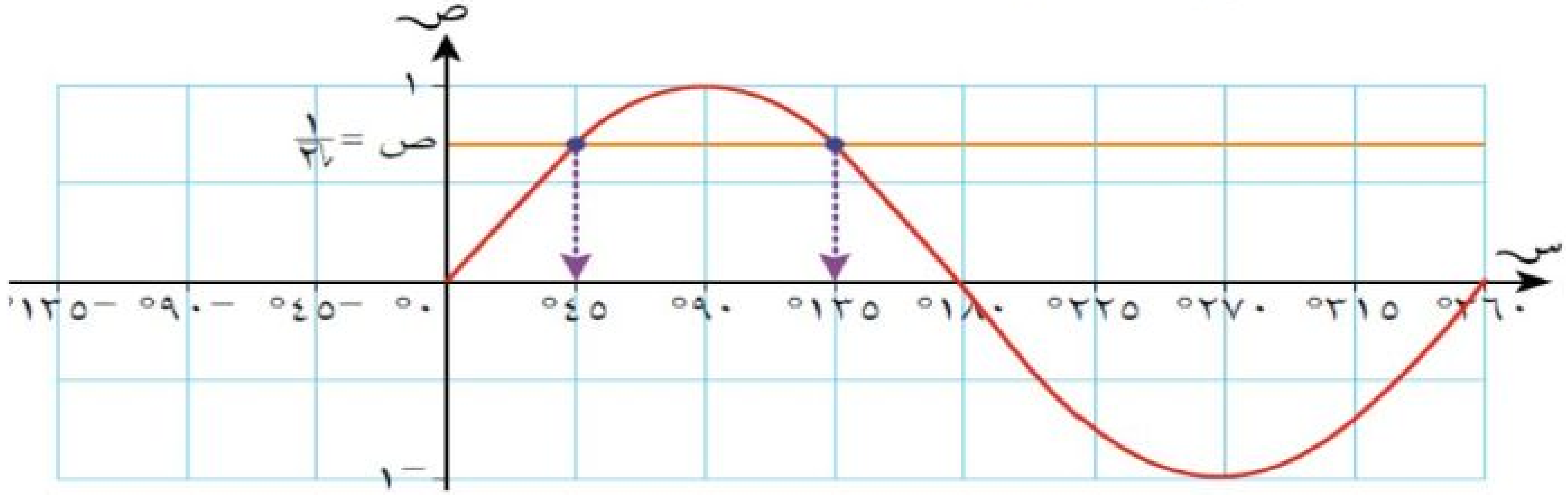
حلّ كل معادلة من المعادلات الآتية، وأوجد جميع الحلول ضمن المجال من ٠° إلى ٣٦٠°:

أ جا(هـ) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$  ب ظا(هـ) = ٣  ج جتا(ع) = $-\frac{١}{٢}$

**الحـــلّ:**

أ استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول: جا$^{-١}$($\frac{١}{\sqrt{٢}}$) = ٤٥°

والآن، حدّد الزاوية هـ = ٤٥° على رسم التمثيل البياني للدالة ص = جا(هـ)، وارسم المستقيم ص = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ كالآتي:




باستخدام تماثُل التمثيل البياني، سوف تلاحظ وجود حلّ آخر، هو هـ = ١٣٥°

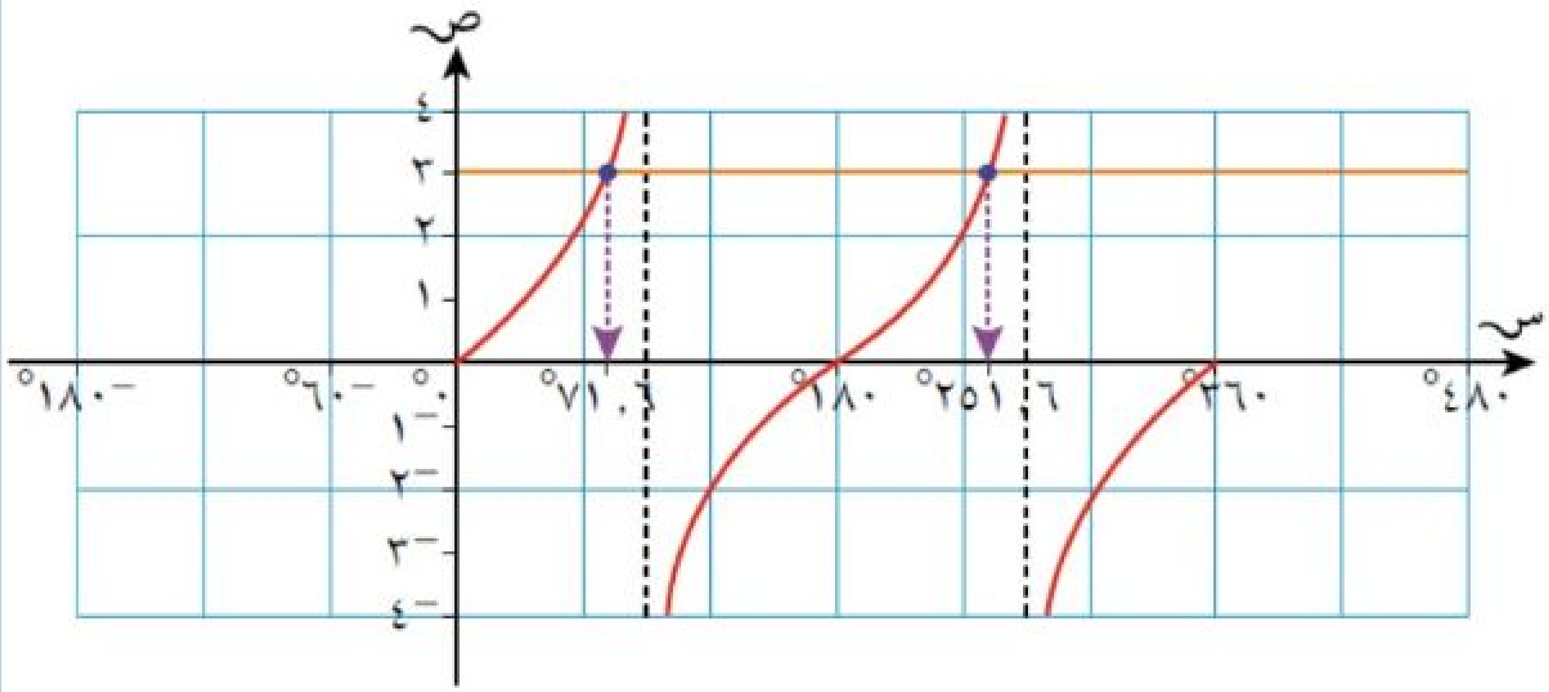
استخدم الآلة الحاسبة لتتحقّق من أن جا(١٣٥°) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

لاحظ أن ١٣٥° = ١٨٠° − ٤٥°، يمكنك أن تستخدم هذا القانون، لأن رسم التمثيل البياني يسهّل عليك فهم سبب وجود حل آخر.

**ب** استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول:

ظا$^{-1}$(٣) = ٧١,٦°

والآن، ارسم التمثيل البياني للدالة ص = ظا(هـ) وارسم المستقيم ص= ٣




سوف تجد أن الحل الثاني هو:

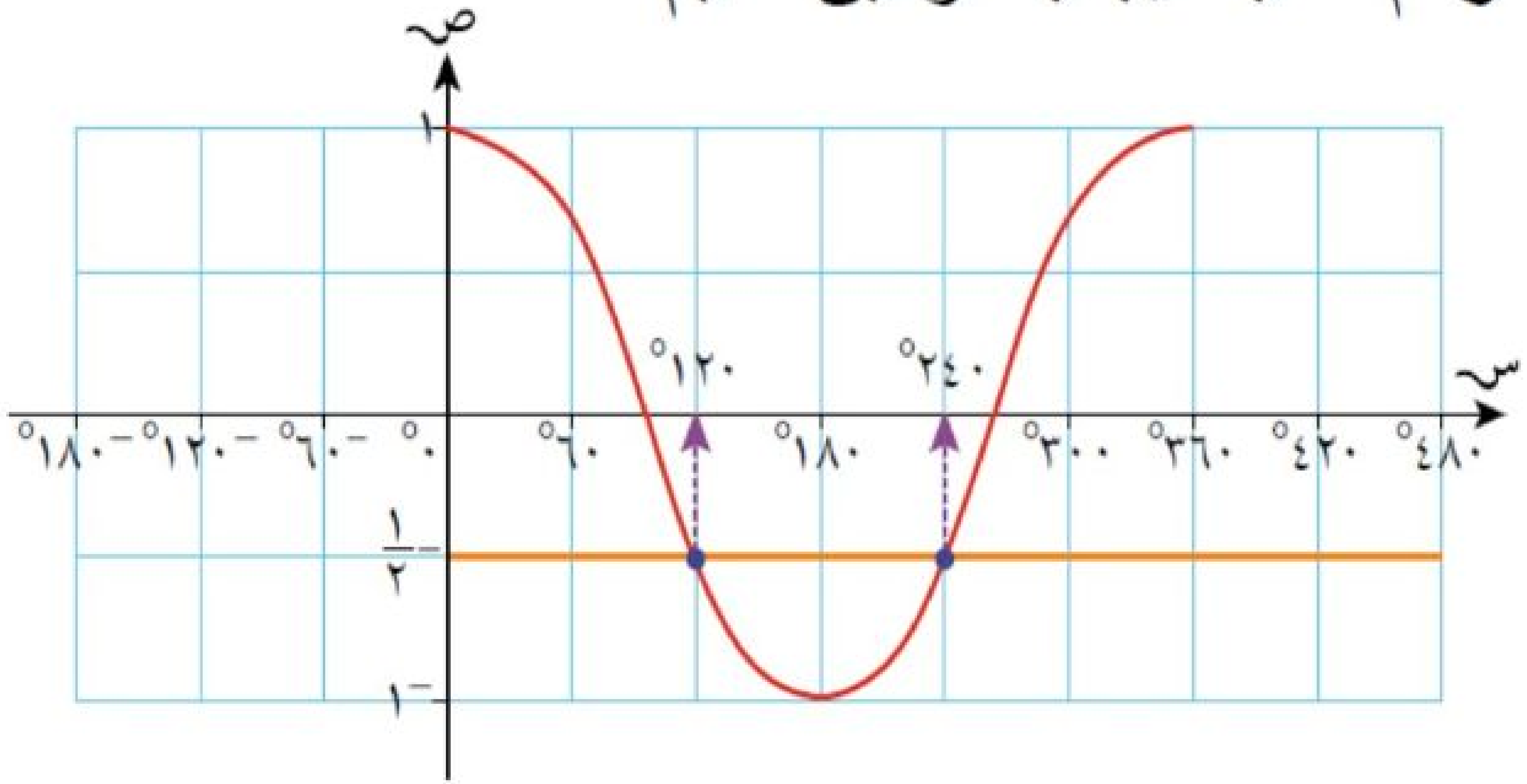
١٨٠° + ٧١,٦° = ٢٥١,٦°

يمكنك إيجاد مزيد من الحلول بإضافة ١٨٠° في كل مرَّة، ولكن ذلك سوف يعطي حلولًا أكبر من ٣٦٠°، وتقع خارج المجال المطلوب.

ج استخدم الآلة الحاسبة لتجد أحد الحلول:

جتا$^{-1}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)$ = ١٢٠°.

ارسم تمثيلًا بيانيًا، وعيّن القيم.




يمكنك أن تلاحظ أن الحلّ الثاني هو: ٣٦٠° − ١٢٠° = ٢٤٠°

**مثال:** عبر عن كل نسبة من النسب المثلثية بدلالة نفس الزاوية المثلثية لزاوية أخرى تقع بين ٠° إلى ١٨٠°

| | |
|---|---|
| جـــا ٣٥° = جا(١٨٠ – ٣٥) = جا ١٤٥ | جا ١٧٠° = جا(١٨٠ – ١٧٠) = جا ١٠ |
| جتا ١٢٠° = ـ جتا(١٨٠ - ١٢٠) = ـ جتا ٦٠ | جـا ٩٩° = جا(١٨٠ – ٩٩) = جا ٨١ |
| ـ جتـا(٨٨°) = جتا(١٨٠ – ٨٨) = جتا ٩٢ | جتا ١٣٦° = ـ جتا(١٨٠ – ١٣٦) = ـ جتا ٤٤ |
| ـ جتا(١٥٠°) = جتا(١٨٠ – ١٥٠) = جتا ٣٠ | جـا ١٢١° = جا(١٨٠ – ١٢١) = جا ٥٩ |

نشاط فردي : رقم (١/ أ ، ب ، ج، ي) كتاب النشاط صفحة٧٥

مثال-١: رقم (٣ / أ ، ب ، ج ) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

أوجد في كلّ حالة من الحالات التالية، أصغر قيمة موجبة ل س حيث

(أ) جـا(س )= جا( ١٣٥°) = جا(١٨٠ – ١٣٥) = جا ٤٥ $\xleftarrow{\text{اصغر قيمة}}$ س = ٤٥

(ب) جتا(س) = جتا( ١٢٠°) = جتا(٣٦٠ – ١٢٠) = جتا ٢٤٠ $\xleftarrow{\text{اصغر قيمة}}$ س = ١٢٠

(ج) ظـا(س) = ظا( ٢٣٥°) = ظا(٢٣٥ – ١٨٠) = ظا ٥٥ $\xleftarrow{\text{اصغر قيمة}}$ س = ٥٥

**مثال-٢ :** ضع (√) في المكان المناسب

| | صح | خطأ | التبرير |
|---|---|---|---|
| ظا ٣٠٠° = − ظا ٦٠° | √ | | ظا(٣٦٠ − هـ ) = − ظا هـ<br>ظا(٣٦٠ − ٣٠٠) = − ظا ٦٠ |
| جتا ٢٢٠ ° = جتا ٦٠ ° | | √ | جتا(٣٦٠ − ٢٢٠) = جتا ١٤٠<br>جتا( ٢٢٠ ) = جتا ١٤٠ |
| جا ١٦٠ ° = جا ٢٠ ° | √ | | جا(١٨٠ − هـ) = جا هـ<br>جا(١٨٠ − ١٦٠) = جا ٢٠ |

## نشاط تعزيزي:

١) ضع دائرة حول قيمة ظا ١٥٠°

– ظا ٦٠°     – ظا ٣٠°     ظا ٣٠°     ظا ٦٠°

٢) ضع دائرة حول قيمة المقدار جتا(٣٦٠ – هـ) + جتا(١٨٠+ هـ)

–٢جتاهـ     ٢جتاهـ     جتاهـ     صفر

٣) ضع دائرة حول قيمة ظا(٣٦٠ – س)

– ظاس     ظاس     – ظا(١٨٠ + س)     ظا(١٨٠+ س)

## المعادلة المثلثية :

**التعلم القبلي:** تذكر أن

١) الدوال هـ=جا$^{-1}$ ص ، هـ= جتا$^{-1}$ ص ، ظا$^{-1}$ ص تعرف بأنها الدوال العكسية لدوال الجيب والجيب التمام والظل نستخدم المفتاح $\boxed{\text{shift}}$ قبل استخدام $\boxed{\text{tan}}$ أو $\boxed{\text{sin}}$ أو $\boxed{\text{cos}}$ لتحصل على الزاوية المطلوبة.

مثال : هـ= ظا$^{-1}$ ٥

$\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{tan}}$ $\boxed{٥}$

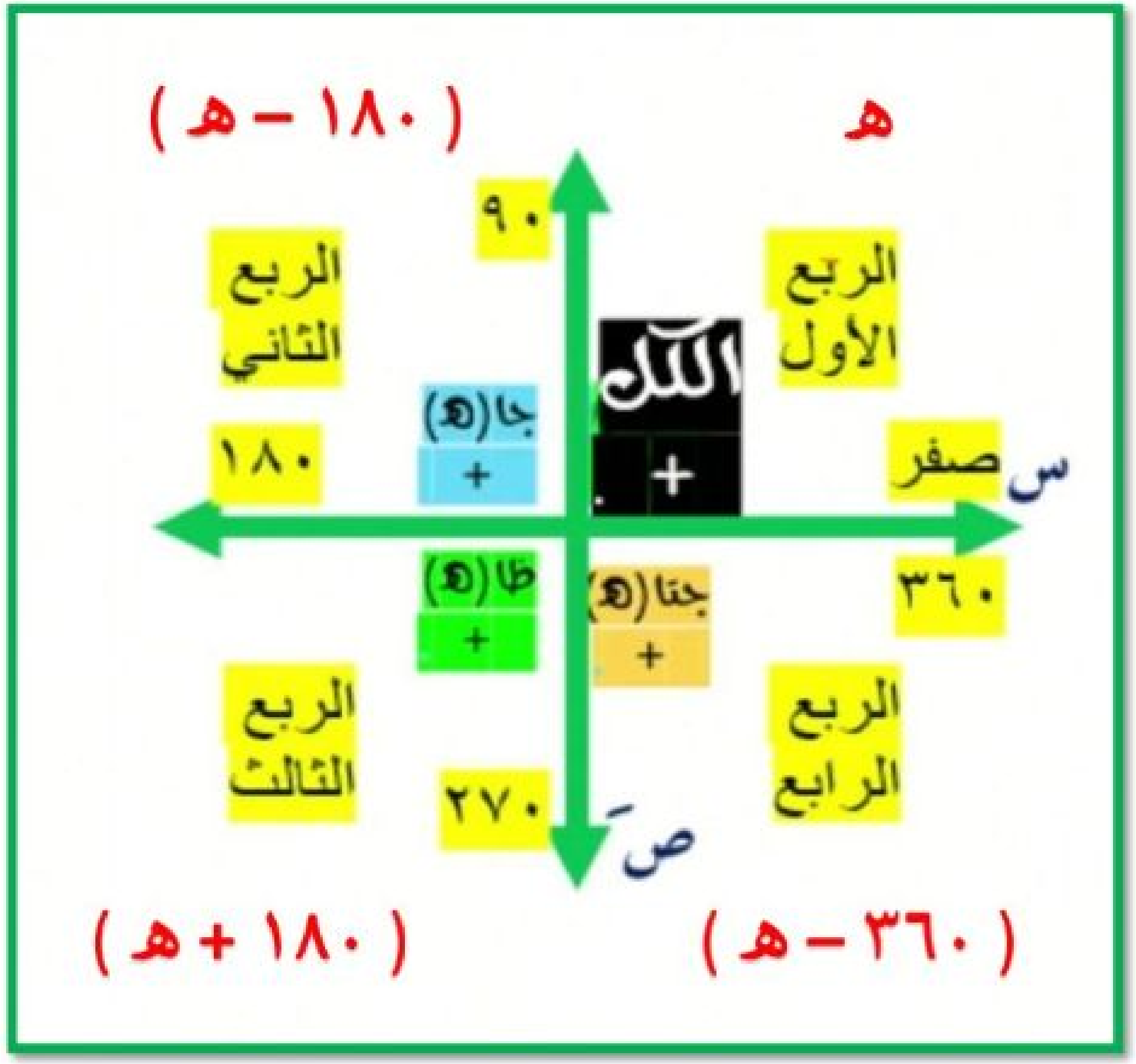
هـ ≈ ٧٩°

٢) جتا(٣٦٠ − هـ) = جتاهـ

جتا(١٨٠ + هـ) = جتا(١٨٠ − هـ) = −جتا(هـ)

جا(١٨٠ + هـ)= جا(٣٦٠ − هـ)= −جا(هـ)

ظا(١٨٠ − هـ) = ظا(٣٦٠ − هـ) = −ظا(هـ)



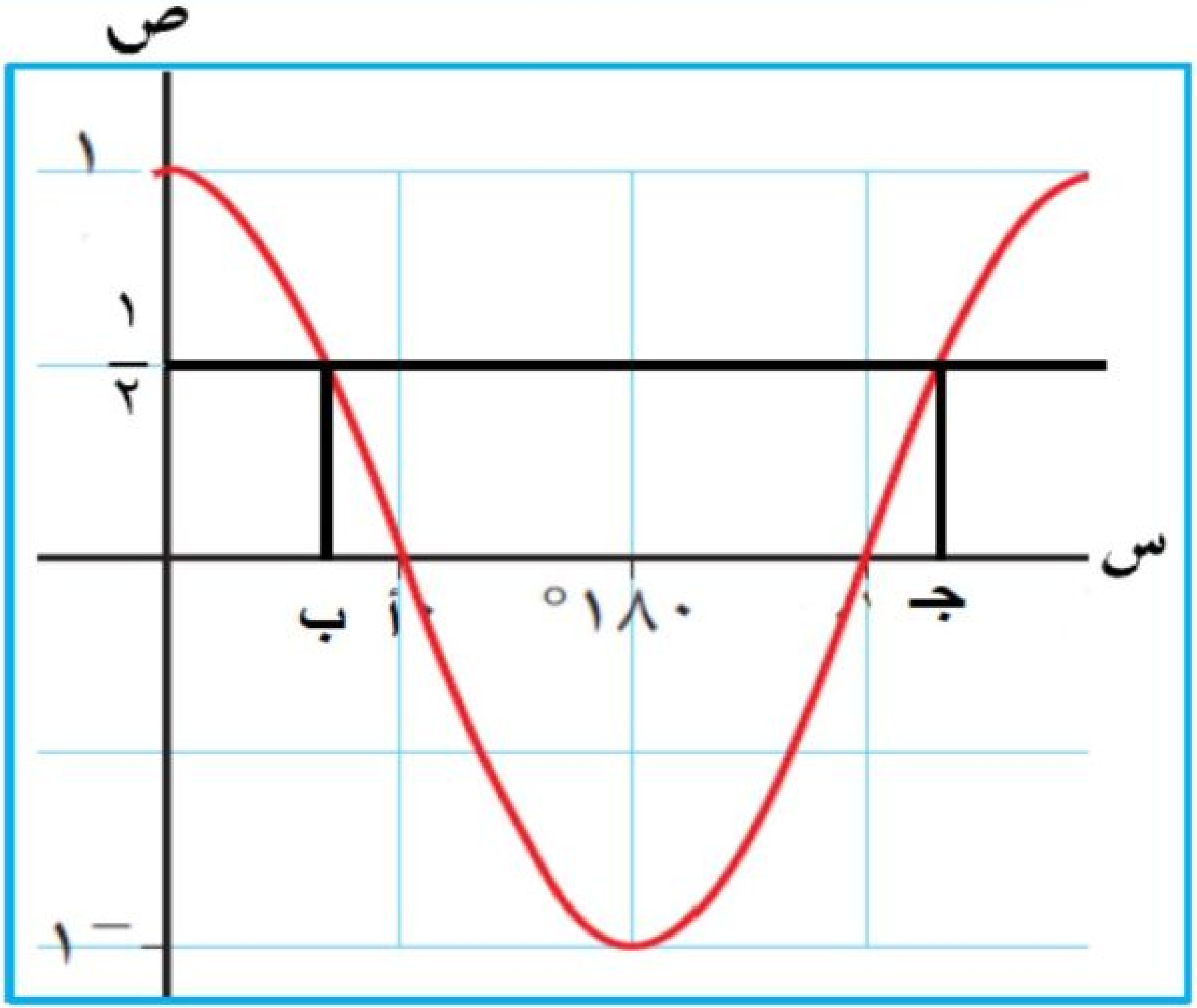
- المعادلـــة المثلثيـــة: هي معادلة متغيراتها نسب مثلثية لزاويـــة مجـــهولة.
- حل المعادلة المثلثية: يعني إيجاد الزاوية أو الزاويا التي تحقق هذه المعادلة.

ملاحظة:

- التمثـــيلات البيانيـــة جـــا(هـ) ، جتـــا(هـ) ، ظـــا(هـ) تبـــين أن للمعادلات المثلثية عدة حلول.
- يمكـــن إيجـــاد حـــل المعـــادلات المثلثـــية : بيانيـــا أو جبريا

**نشاط جماعي:**

يبين الشكل أدناه التمثيل البياني للدالة ص= جتا(س) حيث ٠° ≥ س≥ ٣٦٠°




١) إحــــداثيــات النقطـــة أ هـــي

(٩٠°، ٠)

٢) قيمة ب = ٦٠°

قيمة جـ = ٣٠٠°

جتا (٣٦٠ـ هـ) = جتا هـ

جتا ٣٠٠ = جتا ٦٠

أوجد جميع الحلول لـ س التي تقع بين ٠°، ٣٦٠°

١) جا(س)= جا(١٥٠°) س = ١٥٠ أو س = ٣٠

٢) جا(س)=- جا(٥٠°) س = ٢٣٠ أو س = ٣١٠

٣) جتا(س)=- جتا(٤٠°) س = ١٤٠ أو س = ٢٢٠

٤) جتا(س)= جتا(١٢٠°) س = ١٢٠ أو س = ٢٤٠

٥) ظا(س)= ظا(٢٤٠°) س = ٦٠ أو س = ٢٤٠

٦) ظا(س)=- ظا(٣٠°) س = ١٥٠ أو س = ٣٣٠

حلّ كلّ معادلة من المعادلات الآتية، وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° و ٣٦٠°:

أ) جا(هـ) = $(\frac{١}{٢})$

$جا^{-١}(\frac{١}{٢}) = ٣٠°$

$هـ_{١} = ٣٠°$

$هـ_{٢} = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠°$

ب) جا(هـ) = ١

$جا^{-١}(١) = ٩٠°$

$هـ_{١} = ٩٠°$ (زاوية ربعية)

ج) جتا(هـ) = $(\frac{\sqrt{٢}}{٢})$

$جتا^{-١}(\frac{\sqrt{٢}}{٢}) = ٤٥°$

$هـ_{١} = ٤٥°$

$هـ_{٢} = ٣٦٠ - ٤٥ = ٣١٥°$

د) ظا(هـ) = ٥

$ظا^{-١}(٥) = ٧٨,٧°$

$هـ_{١} = ٧٨,٧°$

$هـ_{٢} = ١٨٠ + ٧٨,٧ = ٢٥٨,٧$

ط) ظا(هـ) = ⁻٤

$ظا^{-١}(-٤) = -٧٦°$

$هـ_{١} = -٧٦° + ٣٦٠ = ٢٨٤°$

$هـ_{٢} = ٢٨٤ - ١٨٠ = ١٠٤°$

و) جا(هـ) = ⁻٠,٢

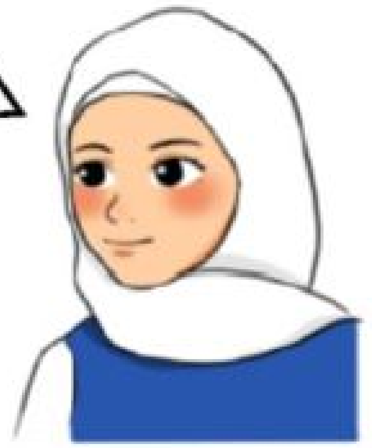
$جا^{-١}(-٠,٢) = -١١,٥°$

$هـ_{١} = -١١,٥° + ٣٦٠ = ٣٤٨,٤°$

$هـ_{٢} = ١٨٠ + ١١,٥ = ١٩١,٥°$

## نشاط إثرائي:

(١)



تقول منى أن جميع حلول المعادلة $(\text{جا}(\text{س}))^{٢} = \frac{١}{٤}$ الواقعـــة بين ٠°، ٣٦٠° هـــي ٣٠°، ١٥٠°

وضح أن إجابة منى خاطئة.

$(\text{جا س})^{٢} = \frac{١}{٤}$

باخذ الجذر التربيعي

$\text{جا س} = \pm \frac{١}{٢}$

$\text{جا س} = \frac{١}{٢}$

$\text{جا}^{-١}\left(\frac{١}{٢}\right) = ٣٠°$

$\text{س}_{١} = ٣٠°$

$\text{س}_{٢} = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠°$

$\text{جا س} = -\frac{١}{٢}$

$\text{جا}^{-١}\left(\frac{-١}{٢}\right) = -٣٠°$

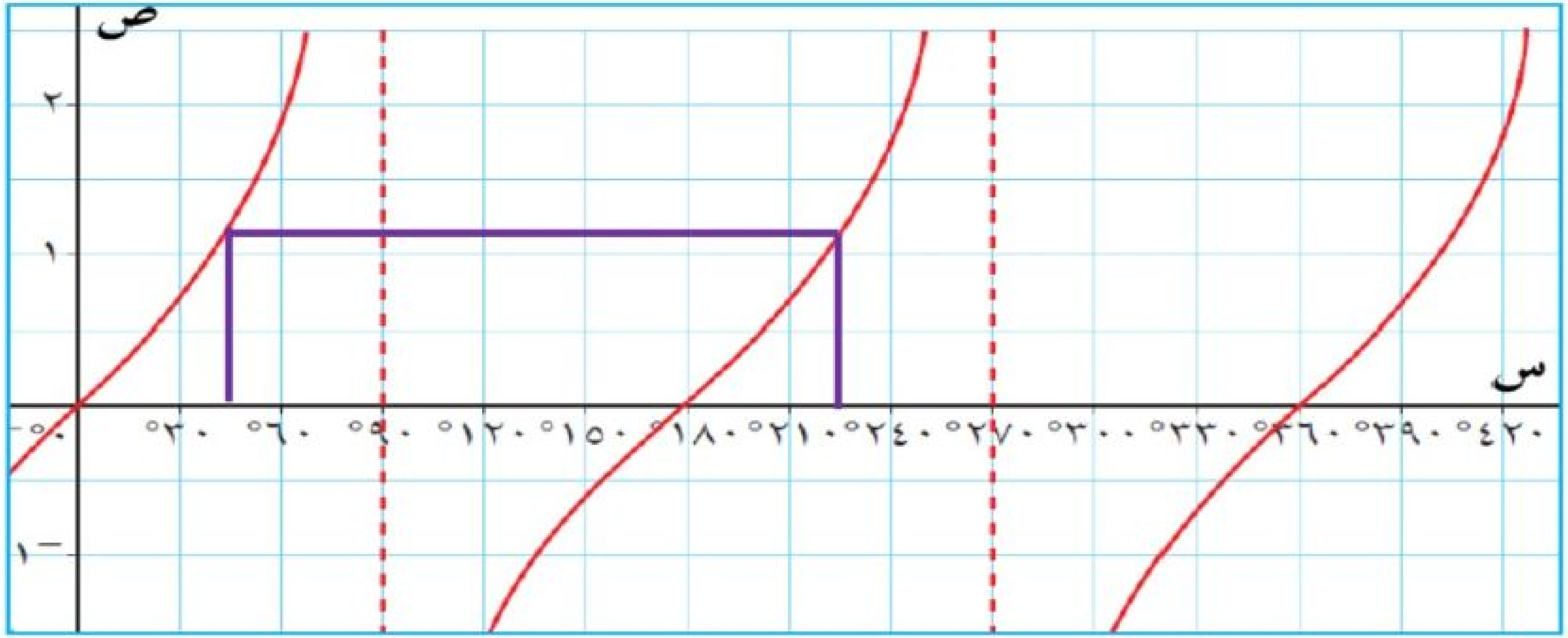
$\text{س}_{٣} = -٣٠ + ٣٦٠ = ٣٣٠°$

$\text{س}_{٤} = ١٨٠ + ٣٠ = ٢١٠°$

## نشاط ختامي:

١) يبين الشكل المجاور التمثيل البياني للدالة ص= ظا(س)

حيث $٠° \leq س \leq ٣٦٠°$




مستعينا بالرسم أعلاه

أوجـــد جميـــع حلول المعادلة ظا(س)= ١

$ظا^{-١}(١) = ٤٥°$

جميع الحلول هي

٤٥° ، ٢٢٥°

٢) حل المعادلة جتا(٢س-١٠)= -٠,٧ في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

Shift cos (- 0.7)

جتا$^{-1}$ (٢س-١٠) = - ٠,٧

٢س - ١٠ = ١٣٤,٤°

٢س = ١٣٤,٤ + ١٠

$\frac{\cancel{٢}\text{س}}{\cancel{٢}} = \frac{١٤٤,٤}{٢}$

$\boxed{\text{س} = ٧٢,٢°}$

الواجب المنزلي: رقم (٥) كتاب النشاط صفحة٩٢

# (١٣-٢)
# قانون الجيب

# (١٣-٢) قانون الجيب

## التعلـــم القبـــلي:

١) أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

أ) $\frac{س}{٧} = \frac{٣,٥}{١٤}$

$س = \frac{٧ \times ٣,٥}{١٤} = ١,٧٥$

ب) $\frac{٢٣}{٩} = \frac{٥}{س}$

$س = \frac{٩ \times ٥}{٢٣} = ١,٩٥$

٢) حل المعادلات الآتية وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° ، ١٨٠°

أ) جا هـ = $\frac{١}{٢}$

هـ = ٣٠°    هـ = ١٥٠°

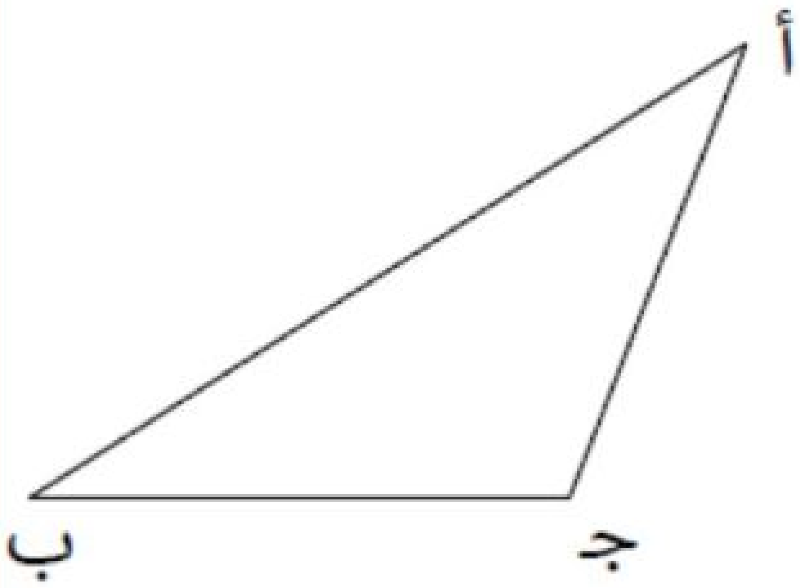
ب) جا هـ = ٠,٢

هـ = ١١,٥°    هـ = ١٦٨,٥°

٣) تذكر أن:

- مجموع قياسات المثلث = ١٨٠°

ق ( أ ) + ق ( ب ) + ق ( جـ ) = ١٨٠°

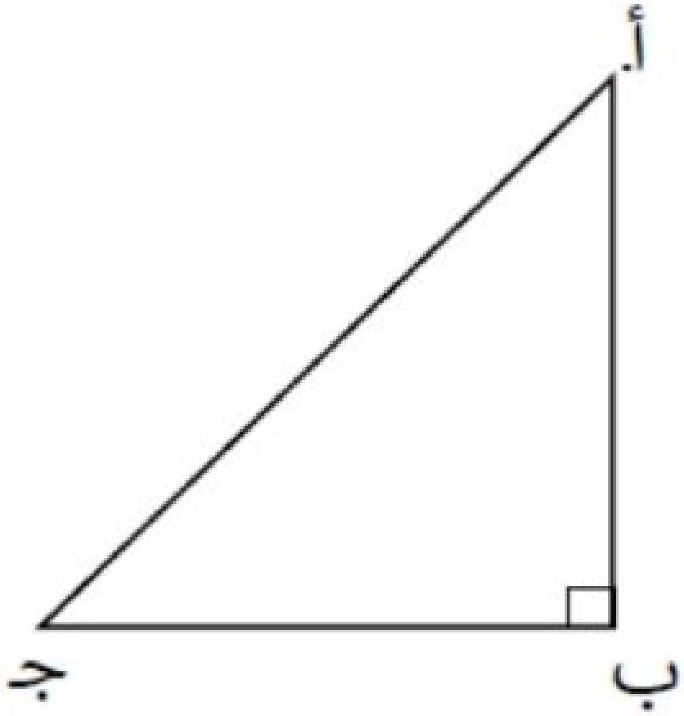



- أصغر أضلاع المثلث تقابل أصغر الزوايا قياسا

وأكبر أضلاع المثلث تقابل أكبر الزوايا قياسا

إذا كان أب > أ جـ > ب جـ فإن ق( $\hat{\text{جـ}}$ ) > ق( $\hat{\text{ب}}$ ) > ق( $\hat{\text{أ}}$ )

- تذكر النسب المثلثية في المثلث القائم الزاوية




جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، ظا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

(Sin) (cos) (tan)

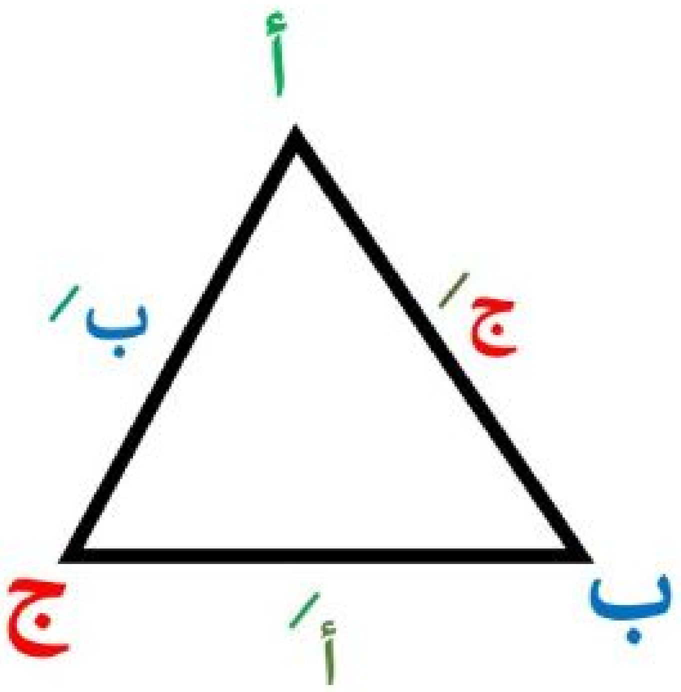
## التمهيد:

### الطريقة المعيارية لتسمية زوايا المثلث وأضلاعه

**طريقة تسمية رؤوس المثلث**

هي استخدام الحروف الأبجدية

أ ، ب ، ج



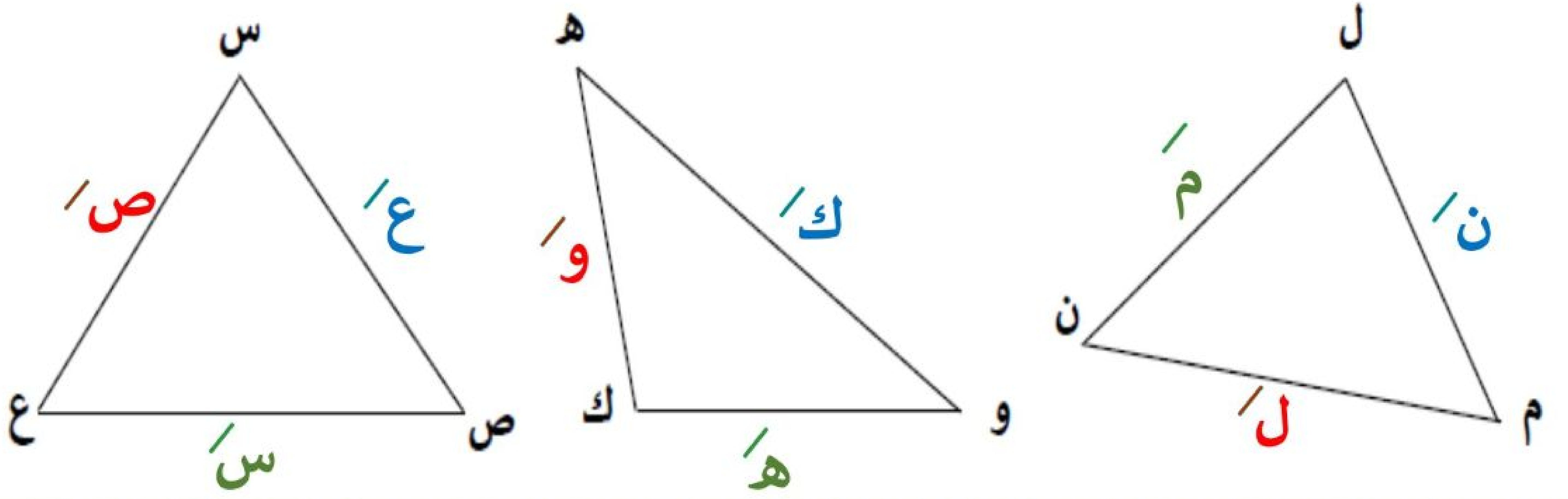

**طريقة الأضلاع المقابلة للزوايا**

هي استخدام نفس الحروف مع إضافة شرطة(/) مائلة لكل منها

مثال:

الضلــع المقابل للزاوية أ هو أ/

تدريب: سمي أضلاع كل مثلث من المثلثات الآتية بالطريقة المعيارية:



# قانون الجيب

$$\frac{\text{جا}(\text{أ})}{\text{أ}'} = \frac{\text{جا}(\text{ب})}{\text{ب}'} = \frac{\text{جا}(\text{ج})}{\text{ج}'}$$

تستخدم هذه الصورة في حساب قياس الزوايا

$$\frac{\text{أ}'}{\text{جا}(\text{أ})} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا}(\text{ب})} = \frac{\text{ج}'}{\text{جا}(\text{ج})}$$

تستخدم هذه الصورة في حساب أطوال الأضلاع

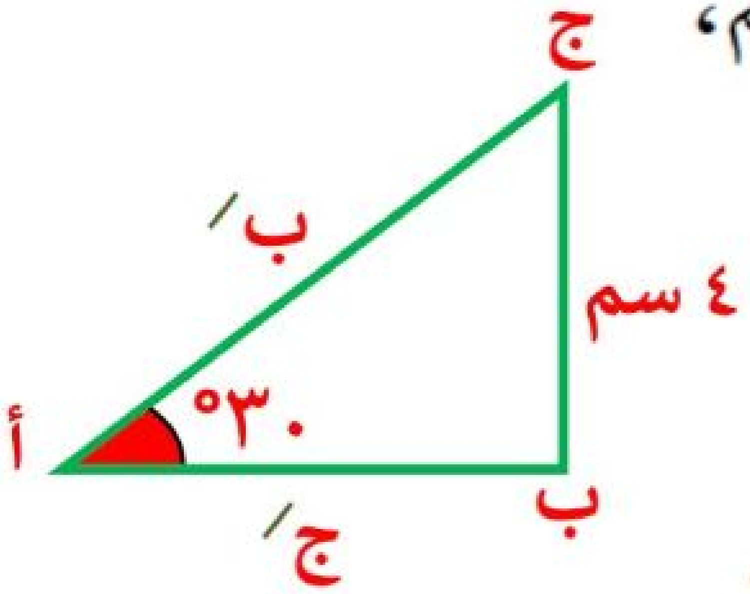
**ملاحظة:** يمكن استخدام قانون الجيب لإيجاد مجهول فالمثلث إذا علم :

- ضلع واحد وزاويتان
- ضلعان وزاوية مقابلة

## نشاط تعزيزي: أكمل :

١) في أي مثلث س ص ع يكون $\frac{\text{س}'}{\text{جا(س)}} = \frac{\text{ص}'}{\text{جا (ص)}} = \frac{\text{ع}'}{\text{جا(ع)}}$

٢) في Δ أ ب جـ إذا كان ق $(\hat{\text{أ}})$ = ٣٠°، طول $\overline{\text{ب جـ}}$ = ٤سم،




أحسب $\frac{\text{ب}'}{\text{جا(ب)}} = \frac{\text{أ}'}{\text{جا(أ)}} = \frac{٤}{\text{جا(٣٠°)}} = \frac{٤}{٠,٥} = ٨$

٣) في المثلث أ ب جـ إذا كان $\frac{\text{أ}'}{\text{جا(أ)}} = ٨$ ،

أحسب $\frac{\text{جا (ب)}}{\text{ب}'} = \frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ}'} = \frac{\text{جا(٣٠°)}}{٤} = \frac{٠,٥}{٤} = \frac{١}{٨}$

**مثال-١: رقم(١) كتاب الطالب صفحة ١٢٧**

صل س فى العمـــود الأول بقيمتها المناسبة من العمود الثـــانى

| العمود الأول | العمود الثاني |
|---|---|
| $\frac{\text{س}}{\text{جا(٥٠°)}} = \frac{\text{٩}}{\text{جا(٣٨°)}}$ | ٢٥,٣ |
| $\frac{\text{٢٠,٦}}{\text{جا(٥٠°)}} = \frac{\text{س}}{\text{جا(٧٠°)}}$ | ١١,٢ |
| | ١٦,٨ |

سجل ملاحظاتك:

$$\text{س} = \frac{\text{٩} \times \text{جا(٥٠°)}}{\text{جا(٣٨°)}} = \text{١١,٢}$$

$$\text{س} = \frac{\text{٢٠,٦} \times \text{جا(٧٠°)}}{\text{جا(٥٠°)}} = \text{٢٥,٣}$$

**مثال-٢:** أوجد قيمة س في المعادلة الآتية:

$$\frac{\text{جا}(\text{س}^\circ)}{١١,٤} = \frac{\text{جا}(٦٣^\circ)}{١٦,٢}$$

الحل:

$$\text{جا}(\text{س}^\circ) = \frac{١١,٤ \times \text{جا}(٦٣^\circ)}{١٦,٢} = ٠,٦٢$$

$$\text{جا}^{-١}(\text{س}) = ٠,٦٢$$

Shift sin (0.62)

$$\boxed{\text{س} = ٣٨,٣^\circ}$$

نشاط فردي: رقم ( ١ / (أ) + (ب) ) كتاب النشاط صفحة ٧٨

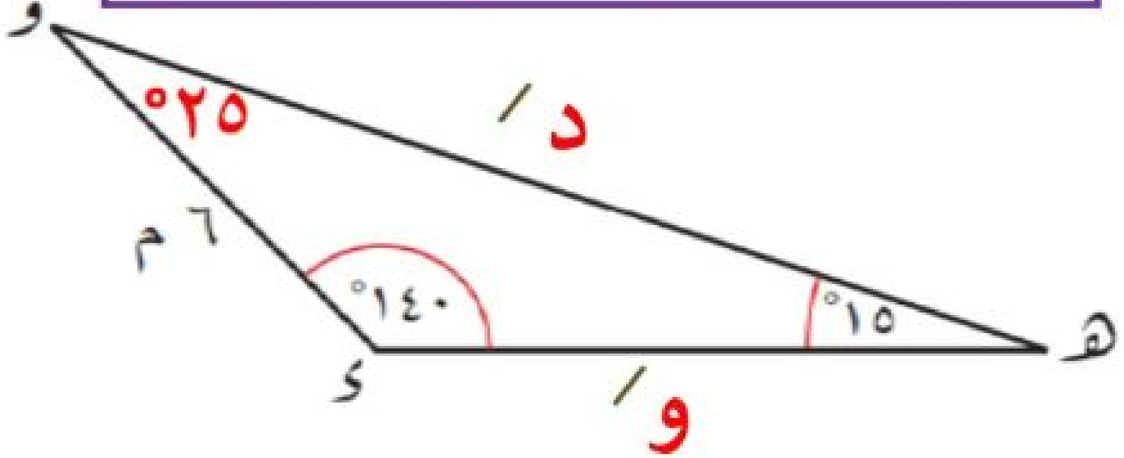
## مثال-٣: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٨


مريم

تقول مريم: في المثلث د ه و ، طولي دهـ ، ه و
على الترتيب لأقرب منزلة عشـرية ٩,٨ م ، ١٤,٩ م

هل ما تقوله مريم ☑ صح ☐ خطأ ؟ ،وضح إجابتك.

$$\frac{\text{٦}}{\text{جا}\,(\text{١٥}^\circ)} = \frac{\text{د}'}{\text{جا}\,(\text{١٤٠}^\circ)} = \frac{\text{و}'}{\text{جا}\,(\text{٢٥}^\circ)}$$




$$\frac{\text{٦}}{\text{جا}\,(\text{١٥}^\circ)} = \frac{\text{د}'}{\text{جا}\,(\text{١٤٠}^\circ)}$$

$$\text{د}' = \frac{\text{٦} \times \text{جا}\,(\text{١٤٠}^\circ)}{\text{جا}\,(\text{١٥}^\circ)}$$

$$\text{د}' = \text{١٤,٩}\ \text{م}$$

$$\frac{\text{٦}}{\text{جا}\,(\text{١٥}^\circ)} = \frac{\text{و}'}{\text{جا}\,(\text{٢٥}^\circ)}$$

$$\text{و}' = \frac{\text{٦} \times \text{جا}\,(\text{٢٥}^\circ)}{\text{جا}\,(\text{١٥}^\circ)}$$

$$\text{و}' = \text{٩,٨}\ \text{م}$$

نشاط فردي: رقم ( ٢ / ج) صفحة ٧٩ + رقم ( ٣/ هـ) صفحة ٨١

نشاط ثنائي:

١)في المثلث أ ب جـ إذا كان أ/ = ٥ سم ،
ضع دائرة حول ب/

$٥ \times \frac{\text{جا أ}}{\text{جا ب}}$ $\boxed{٥ \times \frac{\text{جا ب}}{\text{جا أ}}}$ $٥ \times \frac{\text{جا أ}}{\text{جا جـ}}$ $٥ \times \frac{\text{جا جـ}}{\text{جا ب}}$

٢) في أي مثلث س ص ع ،

ضع دائرة حول النسبة التى تساوي $\frac{س'}{جا س}$

$\frac{ص'}{جا ص}$ $\frac{ص'}{جتا ص}$ $\frac{جا ص}{ص'}$ $\frac{ع'}{جتا ع}$

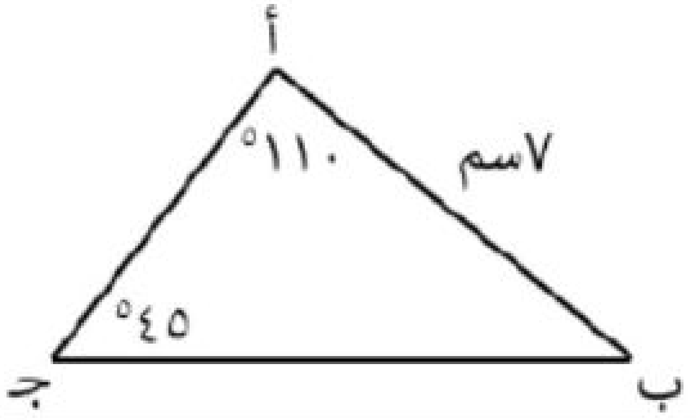
٣) في المثلث د هـ و ،الذي فيه ق($\hat{د}$)=٨٠° ، ق($\hat{هـ}$) = ٦٠° ، هـ' = ١٢ سم

ضع دائرة حول د'

$\frac{١٢ جا ٨٠°}{جا ٤٠°}$ $\frac{١٢ جا ٨٠°}{جا ٦٠°}$ $\frac{١٢ جا ٤٠°}{جا ٨٠°}$ $\frac{١٢ جتا ٨٠°}{جتا ٤٠°}$

الصف: العاشر الوحدة: النسب المثلثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠° الموضوع:(١٣-٢) قانون الجيب الفصل الدراسي الثاني

٤) من المثلث المقابل




ضع دائرة حول قيمة أ/ (مقربا الناتج لأقرب جزء من عشرة)

٥,٣  ٩,٣  ١١,٢  ٩,٩

$$\frac{٧}{\text{جا }(٤٥°)} = \frac{\text{أ/}}{\text{جا }(١١٠°)}$$

$$\text{أ/} = \frac{٧ \times \text{جا }(١١٠°)}{\text{جا }(٤٥°)} = ٩,٣ \text{ سم}$$

## الحالة الغامضة في قانون الجيب

تقود خصائص دالة الجيب إلى أكثر من إجابة واحدة ممكنة

مناقشة مثــال ( ٥ ) كتاب الطــالب صفــحة ١٢٦ + ١٢٧

### مثــال ٥

في المُثلَّث ى هـ و، ى و = ١٠ سم، هـ و = ٧ سم، ق(هـ ىَ و)= ٣٤°. احسب قياس كل زاوية من الزاويتين الآتيتين مقرِّبًا الناتج إلى أقرب درجة:

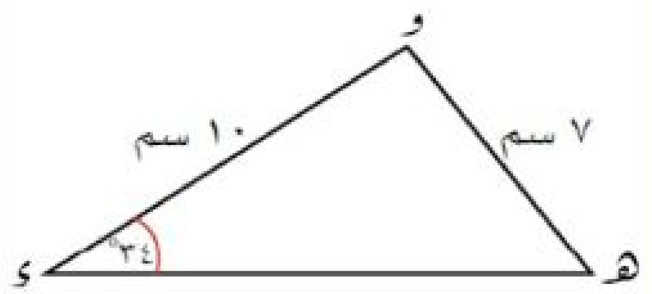
أ ى هـ و      ب ى و هـ

**الحــلّ:**

أ تقابل الزاوية (ى هـَ و) الضلع الذي يبلغ طوله ١٠ سم. يشكِّل ذلك أحد أزواج قانون الجيب. وتقابل الزاوية (هـ ىَ و) الضلع الذي يبلغ طوله ٧ سم. يشكل ذلك زوجًا ثانيًا من قانون الجيب.
أنت تحاول أن تجد زاوية. لذا، اختر صورة قانون الجيب حيث إنّ قيمة نسبة الجيب في البسط:

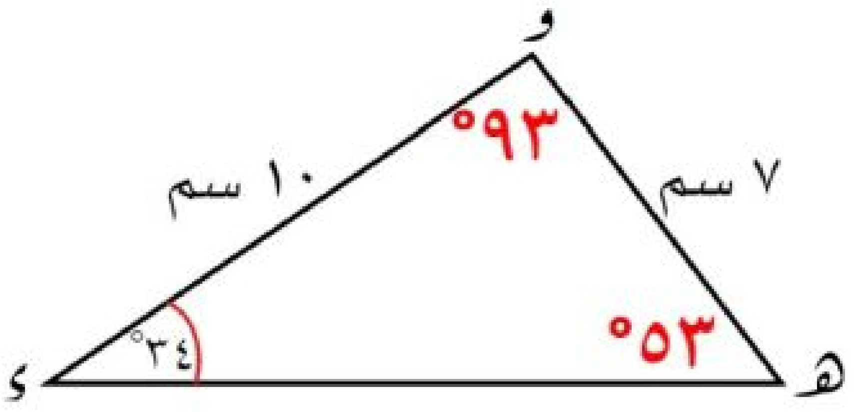
جا(٣٤°) / ٧ = جا(هـ) / ١٠

⇐ جا(هـ) = ١٠ × جا(٣٤°) / ٧ = ٠,٨



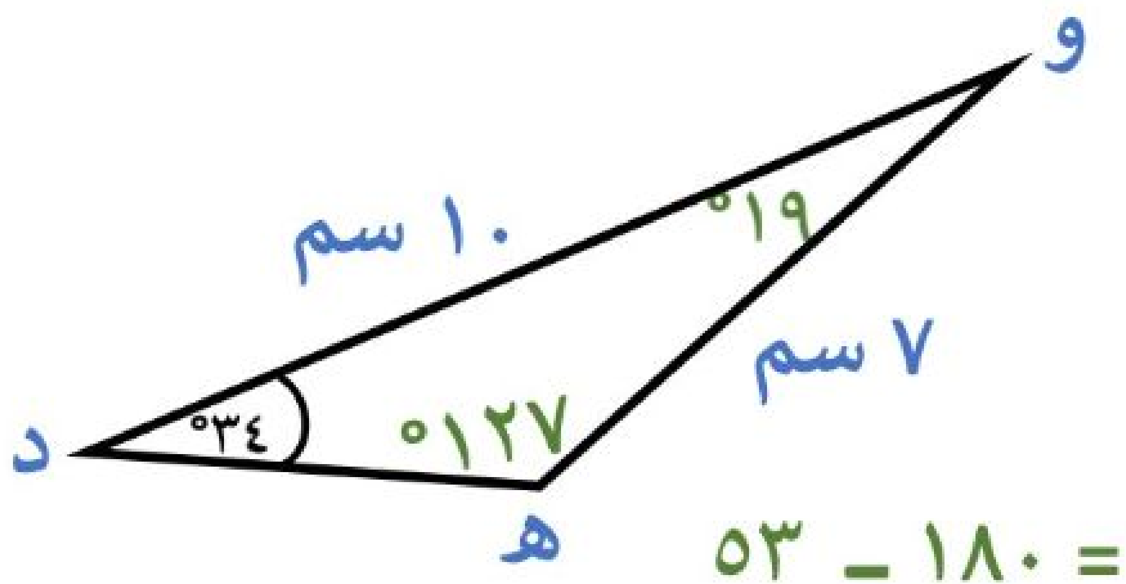

جا⁻¹(هـ) = ٠,٨

Shift sin (0.799)




هـ١ = ٥٣° ← و١ = ٩٣°

يوجد زاوية ثانية د هـ و منفرجة في الربع الثاني

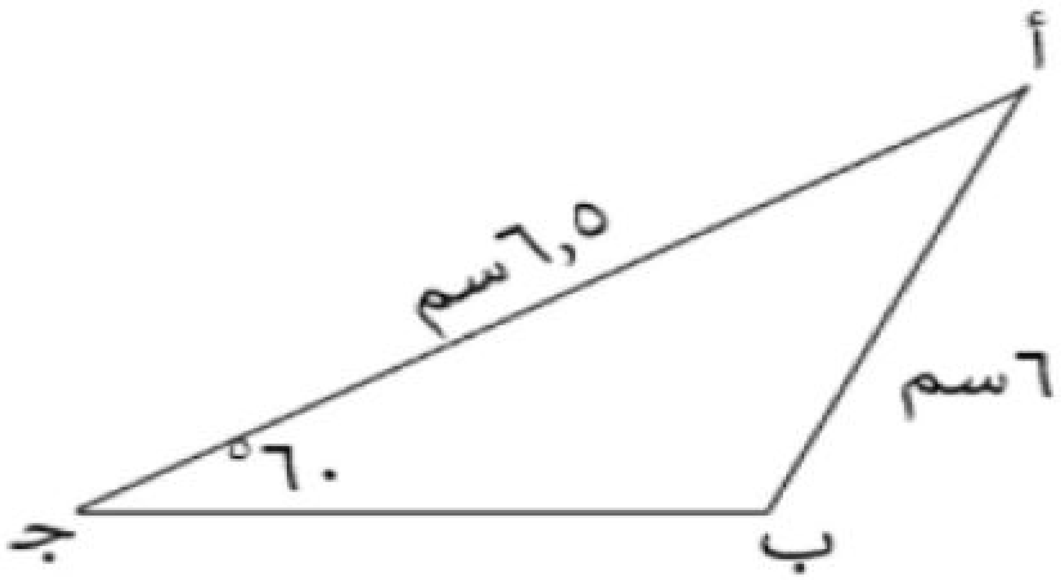



هـ٢ = ١٨٠ ـ ٥٣

هـ٢ = ١٢٧° ← و١ = ١٩°

**نشاط فردي:** معتمدا على المثلث المقابل

أكمل:




ق( $\hat{ب}$ ) = ......٦٩,٧°......

ق ( $\hat{أ}$ ) = ......٥٠,٣°......

سجل ملاحظاتك:

$$\frac{\text{جا }(٦٠)}{٦} = \frac{\text{جا }(ب)}{٦,٥}$$

$$\text{جا }(ب) = \frac{٦,٥ \times \text{جا }(٦٠°)}{٦}$$

جا (ب) = ٠,٩٣٨ سم

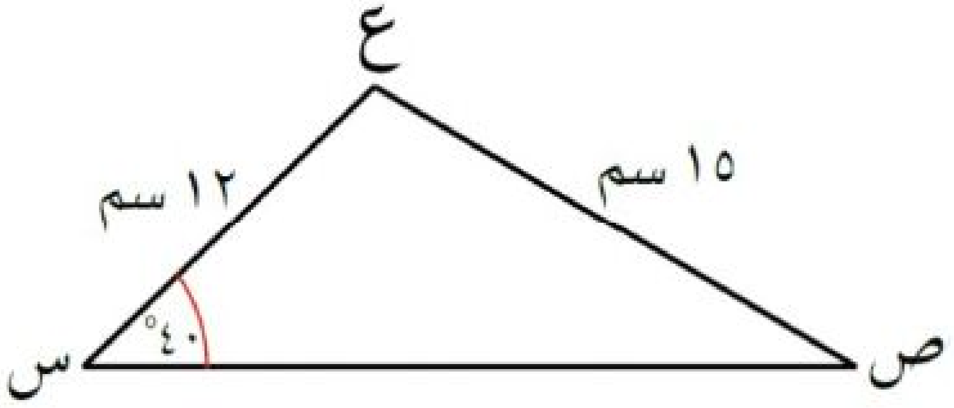
**Shift sin (0.938)**

جا$^{-١}$(ب) = ٠,٩٣٨

ق($\hat{ب}$) = ٦٩,٧°

∴ ق($\hat{أ}$) = ١٨٠ـ( ٦٠ + ٦٩,٧ ) = ٥٠,٣°

نشاط جماعي: رقم(٧)كتاب الطالب صفحة١٢٩




في المثلث س ص ع ، ق( سٓ ) = ٤٠°وطول الضلع

س ع = ١٢ سم، وطول الضلـــع ص ع =١٥ سم

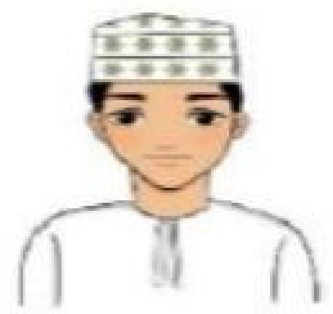
٢)أكمل : ق( صٓ ) = ٣٠,٩°...................... ، ق( عٓ ) = ١٠٩,١°...................

٣)ضع دائرة حول طول الضلع س ص لأقرب عدد صحيح

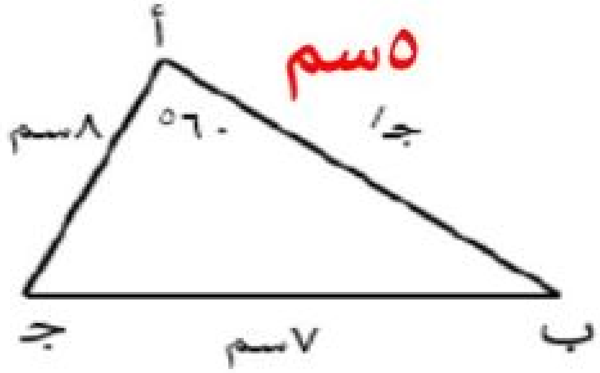
٢٢ ١٥ ١٢ ٢٧

## نشاط إثرائي:

١) رقم (٣) كتـــاب النشـــاط صفحـــة ٩١

٢) 


يقول أحمد إذا كان محيط المثلث الحاد الزوايا المقابل = ٢٠ سم ، فإن ق(جَ)=٣٨,٢°




هل ما يقوله أحمد ☑ صح ☐ خطأ؟ برر اجابتك

$$\frac{\text{جا}\,(٦٠)}{٧} = \frac{\text{جا}\,(\text{ج})}{٥}$$

$$\text{جا}\,(\text{ج}) = \frac{٥ \times \text{جا}\,(٦٠°)}{٧} = ٠,٦١٨ \text{ سم}$$

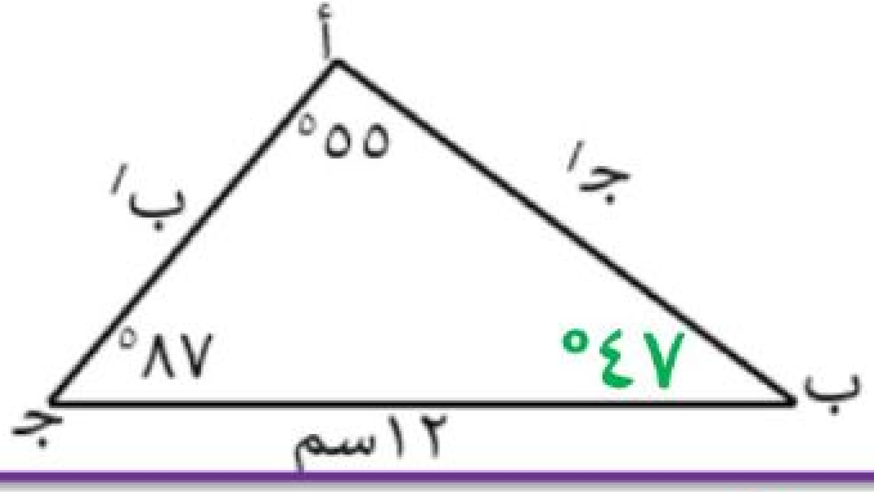
$$\text{جا}^{-١}(\text{ج}) = ٠,٦١٨ \text{ سم}$$

$\boxed{\text{Shift sin (0.618)}}$

$$\text{ق}(\hat{\text{ج}}) = ٣٨,٢°$$

## تقويم ختامي:

أكمل: محيط المثلث المقابل = ...... ٣٧,٣ سم




$$\frac{١٢}{\text{جا}\,(٥٥°)} = \frac{\text{بَ}}{\text{جا}\,(٤٧°)} = \frac{\text{جَ}}{\text{جا}\,(٧٨°)}$$

$$\frac{١٢}{\text{جا}\,(٥٥°)} = \frac{\text{بَ}}{\text{جا}\,(٤٧°)}$$

$$\text{بَ} = \frac{١٢ \times \text{جا}\,(٤٧°)}{\text{جا}\,(٥٥°)} = ١٠,٧ \text{ سم}$$

$$\frac{١٢}{\text{جا}\,(٥٥°)} = \frac{\text{جَ}}{\text{جا}\,(٨٧°)}$$

$$\text{جَ} = \frac{١٢ \times \text{جا}\,(٨٧°)}{\text{جا}\,(٥٥°)} = ١٤,٦ \text{ سم}$$

محيط المثلث = ١٢ + ١٠,٧ + ١٤,٦ = ٣٧,٣ سم

النشاط البيتي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٢٨

# (٣-١٣)
# قانون جيب التمام

# (١٣-٣) قانون جيب التمام

## التعلـــــم القبـــلي:

١) أكمل: أصغر زاوية قياسات في المثلث تقابل اصغر ضلع في المثلث

٢) حل المعادلات الآتية ،وأوجد جميع الحلول التي تقع بين ٠° ، ٣٦٠°

أ) جتا هـ = $\frac{١}{٢}$

جتا$^{-١}$(هـ) = $\frac{١}{٢}$

Shift cos (0.5)

هـ = ٦٠°

ب) جتا هـ = $\frac{-١}{٣}$

جتا$^{-١}$(هـ) = $\frac{-١}{٣}$

Shift cos ($\frac{-١}{٣}$)

هـ = ١٠٩,٤°

## قانون جيب التمام: يعــبر عن قانــــون جيـــب التمــام بالصيــغة :

$$(\text{أ}')^{2} = (\text{ب}')^{2} + (\text{ج}')^{2} - 2\,(\text{ب}')\,(\text{ج}')\,\text{جتا}\,(\text{أ})$$

$$\text{جتا}\,(\text{أ}) = \frac{(\text{ب}')^{2} + (\text{ج}')^{2} - (\text{أ}')^{2}}{2\,(\text{ب}')\,(\text{ج}')}$$

$$(\text{ب}')^{2} = (\text{أ}')^{2} + (\text{ج}')^{2} - 2\,(\text{أ}')\,(\text{ج}')\,\text{جتا}\,(\text{ب})$$

$$\text{جتا}\,(\text{ب}) = \frac{(\text{أ}')^{2} + (\text{ج}')^{2} - (\text{ب}')^{2}}{2\,(\text{أ}')\,(\text{ج}')}$$

$$(\text{ج}')^{2} = (\text{أ}')^{2} + (\text{ب}')^{2} - 2\,(\text{أ}')\,(\text{ب}')\,\text{جتا}\,(\text{ج})$$

$$\text{جتا}\,(\text{ج}) = \frac{(\text{أ}')^{2} + (\text{ب}')^{2} - (\text{ج}')^{2}}{2\,(\text{أ}')\,(\text{ب}')}$$

تستخدم هذه الصيغة إذا علم طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

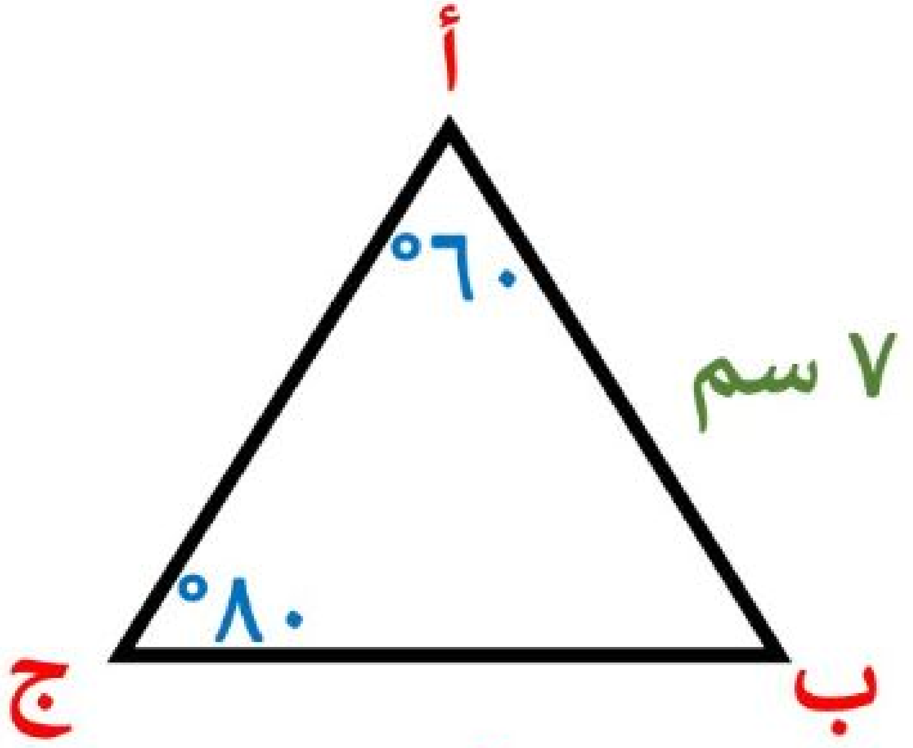
تستخدم هذه الصيغة إذا علمت أطوال أضلاع المثلث

انتبه!! الضلع الذي يشكل مربعه موضوع الصيغة يقابل الزاوية (المشار إليها بنفس الحرف)

# حالات المثلث التي نتسخدم فيها قانون الجيب وجيب التمام

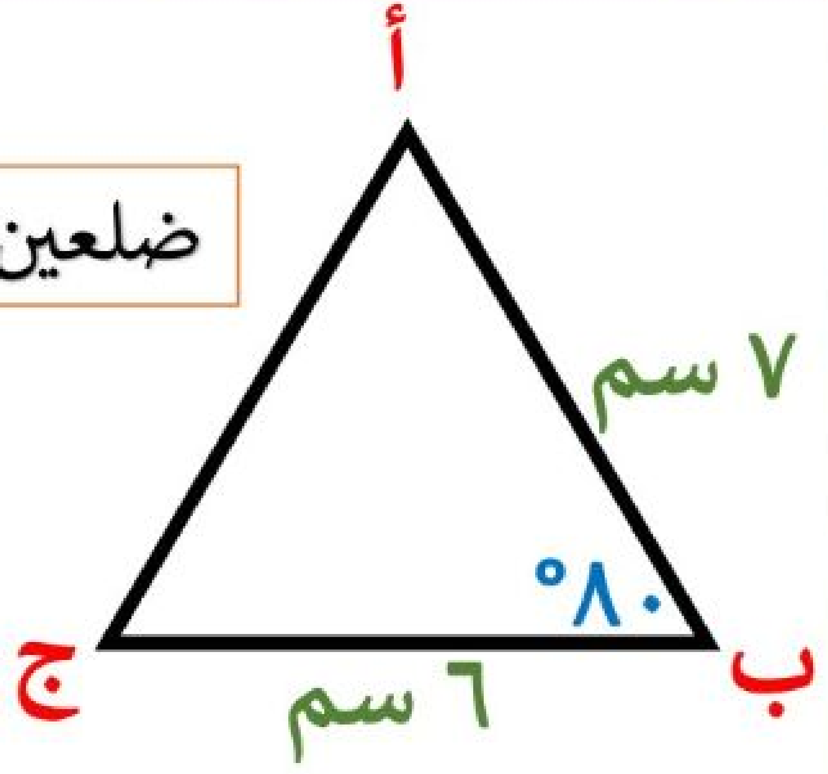
**اذا علم :**

ضلع وزاويتين



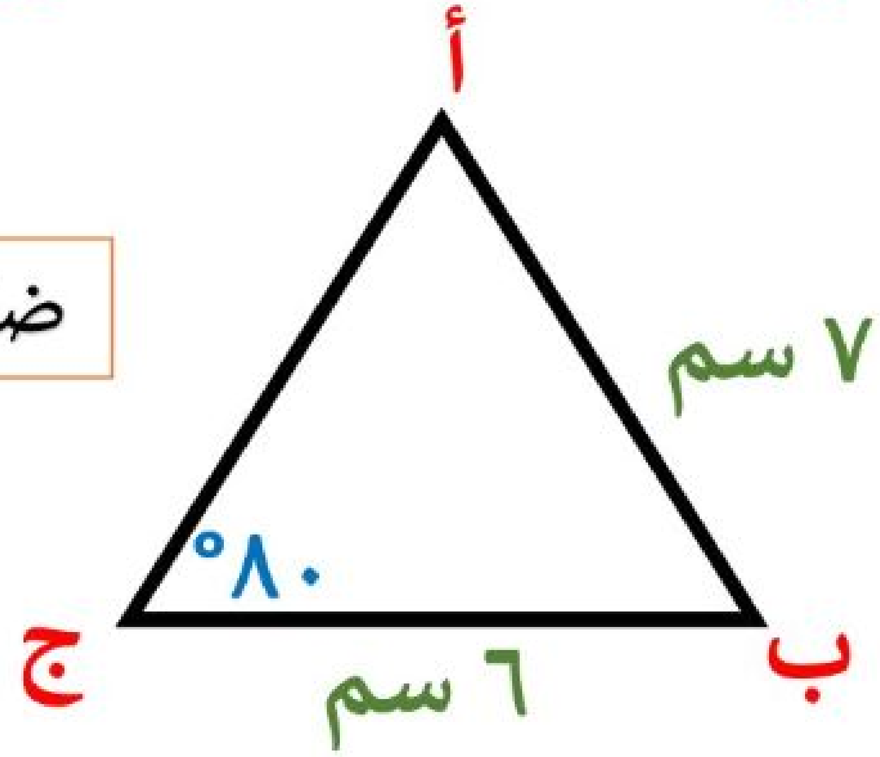

**جا**

ضلعين وزاوية محصورة بينهم



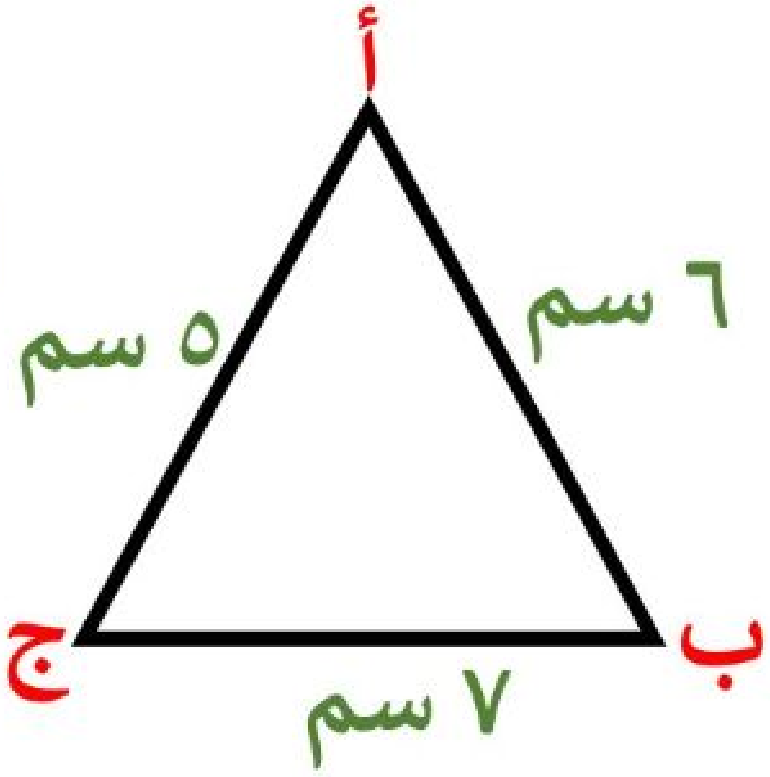

**جتا**

ضلعين وزاوية مقابلة




**جا**

ثلاث اضلاع




**جتا**

## نشاط تعزيزي:

١) في المثلث أ ب جـ يكون ( ب/ )٢ + (جـ/)٢ − ( أ/)٢ = ٢ ( ب/) (جـ/) × ☐

ضع دائرة حول القيمة المناسبة للمربع

جتا (ب)   جتا ( جـ )   جتا ( أ )   جا ( أ )

٢) في المثلث أ ب جـ ، ( أ/)٢ + ( ب/)٢ − ( جـ/)٢ = ____________

ضع دائرة حـــول الإجابـــة الصحيحة

٢ ( أ/) ( ب/) جا (جـ)   ٢ ( أ/) ( ب/) جتا (جـ)

( أ/) ( ب/) جتا (جـ)   ٢ ( ب/) ( جـ/) جتا ( أ )

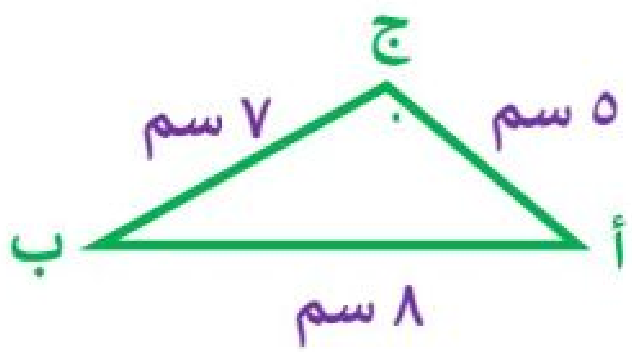
٣) في $\Delta$ س ص ع

ضع دائرة حـــول القيمة التي تساوي $\frac{(س')^٢ + (ص')^٢ - (ع')^٢}{٢ \ س' \ ص'}$

جتا ( س )        جتا (ص)        $\boxed{\text{جتا ( ع )}}$        جا ( ع )

٤) أ ب جـ مثلث فيه أ$'$ = ٧ سم ، ب$'$ = ٥سم ، جـ$'$ = ٨ سم

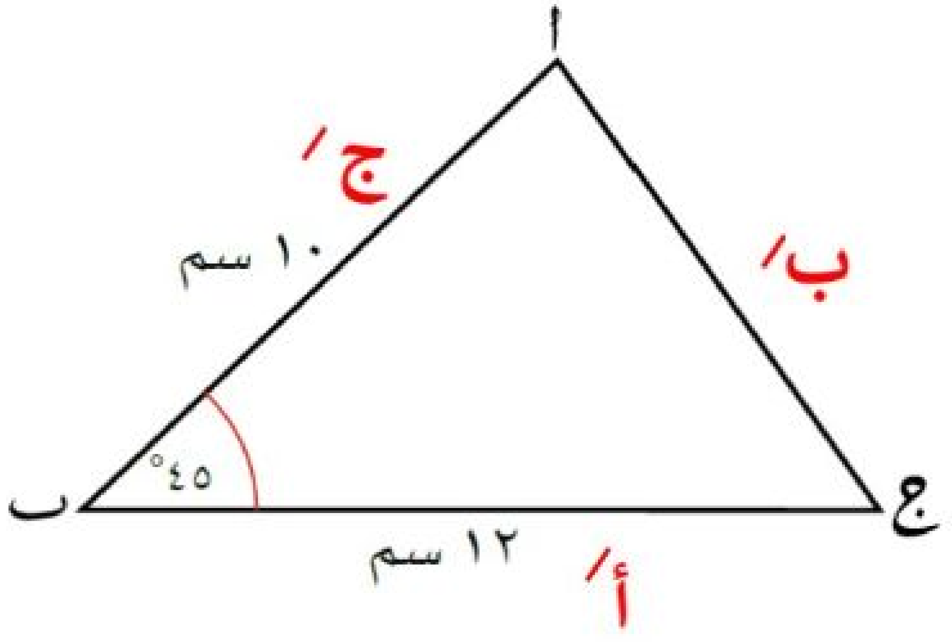
ضع دائرة حول جيب تمام أصغر زوايا المثلث




$\boxed{\frac{١١}{١٤}}$        $\frac{-٣}{٧}$        $\frac{١٤}{١١}$        ١

## مثال -١: رقم(١) كتاب الطالب صفحة ١٣٣


في المثلث أ ب ج ، ق ( $\hat{ب}$ ) = ٤٥°
طـــول الضلـــــع ب ج = ١٢ سم
تقول منى أن طوال الضلع أ ج = ٨,٦٢سم




وضح أن إجابة منى صحيحة.

$(ب')^٢ = (أ')^٢ + (ج')^٢ - ٢ \ أ' \ ج' \ جتا(ب)$

$(ب')^٢ = ١٤٤ + ١٠٠ - ٢ \times ١٢ \times ١٠ \ جتا(٤٥)$

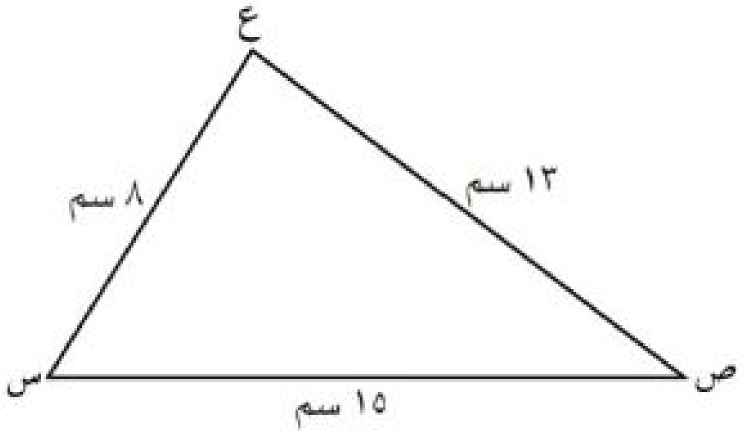
$(ب')^٢ = ٢٤٤ - ٢٤٠ \ جتا \ (٤٥) = ٧٤,٣$

$ب' = \sqrt{٧٤,٣} = ٨,٦٢$

$\boxed{أج = ٨,٦٢ \ سم}$

## نشاط فردي: رقم ( ٣ / (أ) + (ب) ) كتاب النشاط صفحة ٨٣

## مثال -٢: رقم(٥) كتاب الطالب صفحة ١٣٣



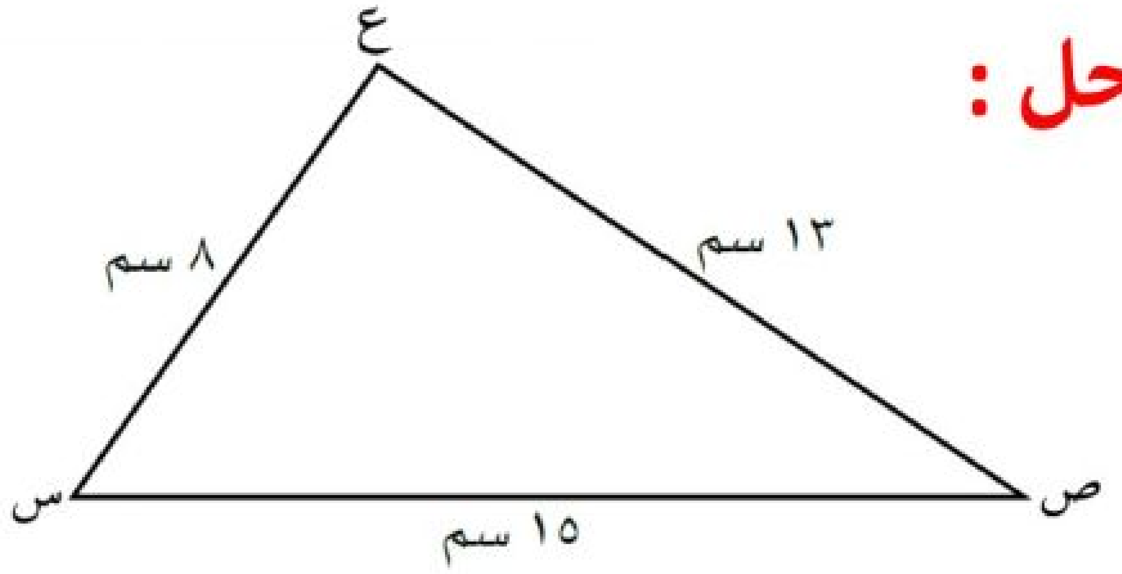

في المثلث س ص ع ،طول الضلع س ص = ١٥ سم
وطول الضلع ص ع = ١٣ سم ، وطول الضلع ع س= ٨سم
قام كل من محمد وعلي بإيجاد قياسات زوايا المثلث كالتالي:

| علي | محمد |
|---|---|
| ق ( سَ ) = ٦٠° | ق ( سَ ) = ٦٠° |
| ق ( صَ ) = ٨٧,٨° | ق ( صَ ) = ٣٢,٢° |
| ق ( عَ ) = ٣٢,٢° | ق ( عَ ) = ٨٧,٨° |

أي منهما اجابته صحيحة ☑ محمد ☐ علي ؟ فسر اجابتك.

تابع الحل :

## الحل :




$$\boxed{\text{س} = \text{١٣} \qquad \text{ص} = \text{٨} \qquad \text{ع} = \text{١٥}}$$

$$\text{جتا(س)} = \frac{\text{ص}'^{\text{٢}} + \text{ع}'^{\text{٢}} - \text{س}'^{\text{٢}}}{\text{٢}\ \text{ص}'\,\text{ع}'}$$

$$\text{جتا(س)} = \frac{\text{٦٤} + \text{٢٢٥} - \text{١٦٩}}{\text{٢} \times \text{٨} \times \text{١٥}} = \frac{\text{١٢٠}}{\text{٢٤٠}}$$

$$\text{جتا(س)} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} \longrightarrow \boxed{\text{س} = \text{٦٠}^\circ}$$

$$\text{جتا(ص)} = \frac{\text{س}'^{\text{٢}} + \text{ع}'^{\text{٢}} - \text{ص}'^{\text{٢}}}{\text{٢}\ \text{س}'\,\text{ع}'}$$

$$\text{جتا(ص)} = \frac{\text{١٦٩} + \text{٢٢٥} - \text{٦٤}}{\text{٢} \times \text{١٣} \times \text{١٥}} = \frac{\text{٣٣٠}}{\text{٣٩٠}}$$

$$\text{جتا(ص)} = \text{٠,٨٤٦} \longrightarrow \boxed{\text{س} = \text{٣٢,٢}^\circ}$$

$$\text{جتا (ع)} = \frac{\text{س}'^{\text{٢}} + \text{ص}'^{\text{٢}} - \text{ع}'^{\text{٢}}}{\text{٢}\ \text{س}'\,\text{ص}'}$$

$$\text{جتا (ع)} = \frac{\text{١٦٩} + \text{٦٤} - \text{٢٢٥}}{\text{٢} \times \text{١٣} \times \text{٨}} = \frac{\text{٨}}{\text{٢٠٨}}$$

$$\text{جتا (ع)} = \text{٠,٠٣٨} \longrightarrow \boxed{\text{س} = \text{٨٧,٧}^\circ}$$

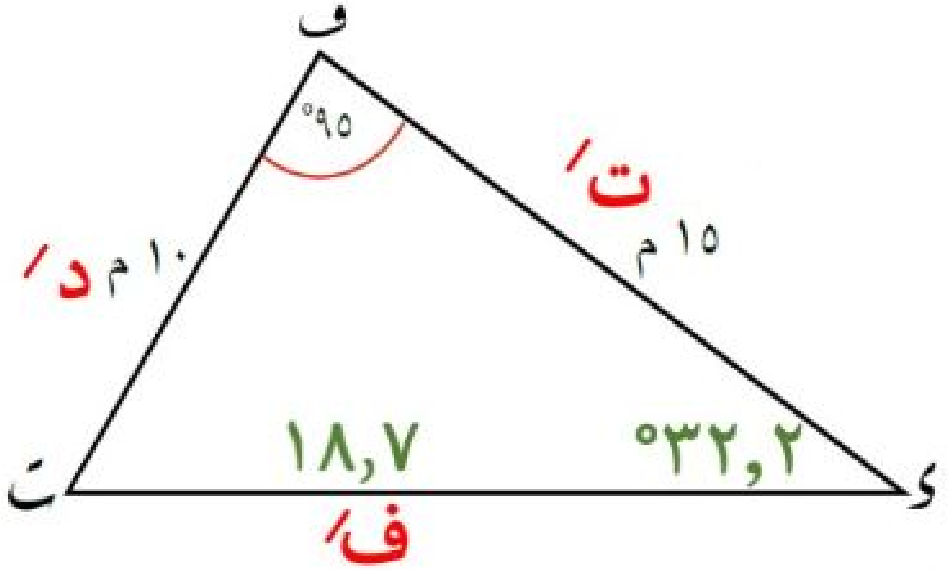
نشاط ثنائي: رقم(٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

في المثلث ف ت د ، ق ( ف ) = ٩٥° ، وطول الضلع ف ت = ١٠ م ، وطــول الضـــلـــع ف د = ١٥ م احسب:

أ ) طول الضلع ت د

ب) ق( $\hat{د}$ )

ج) ق ( $\hat{ت}$ )




أ) $(ف/)^٢ = (ت/)^٢ + (د/)^٢ - ٢\ ت/\ د/\ جتا\ (ف)$

$(ف/)^٢ = (١٥)^٢ + (١٠)^٢ - ٢ \times ١٥ \times ١٠\ جتا (٩٥)$

$(ف/)^٢ = ٣٥١,١٤$

$ف/ = \sqrt{٣٥١,١٤} = ١٨,٧$

$\boxed{ت\ د = ١٨,٧\ م}$

ب) $جتا\ (د) = \frac{(ت/)^٢ + (ف/)^٢ - (د/)^٢}{٢\ ت/\ ف/}$

$جتا\ (د) = \frac{(١٥)^٢ + (١٨,٧)^٢ - (١٠)^٢}{٢ \times ١٥ \times ١٨,٧}$

$جتا\ (د) = \frac{٤٧٤,٦٩}{٥٦١} = ٠,٨٤٦$

Shift cos (0.846)

$\boxed{ق(\hat{د}) = ٣٢,٢°}$

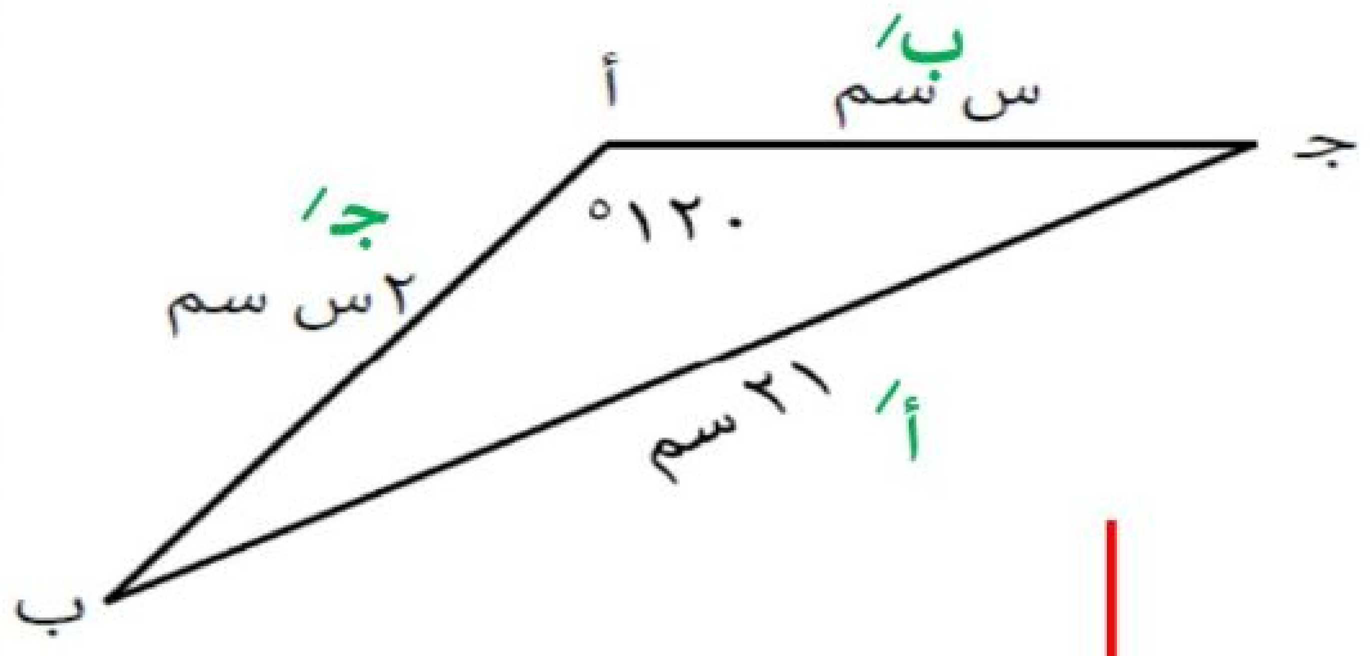
ج) $ق(\hat{ت}) = ١٨٠ - ( ٩٥ + ٣٢,٢ )$

$\boxed{ق(\hat{ت}) = ٥٢,٨°}$

## نشاط اثرائي:

في المثلث أ ب جـ المقابل

احســـــب قيمـــــة س




(أ/)$^{٢}$ = (ب/)$^{٢}$ + (جـ/)$^{٢}$ – ٢ ب/ جـ/ جتا ( أ )

(٢١)$^{٢}$ = س$^{٢}$ + ٤س$^{٢}$ – ٢ × س × ٢س جتا(١٢٠)

٤٤١ = ٥س$^{٢}$ – ٤س$^{٢}$ × $-\frac{١}{٢}$

٤٤١ = ٥س$^{٢}$ – ( –٢س$^{٢}$ )

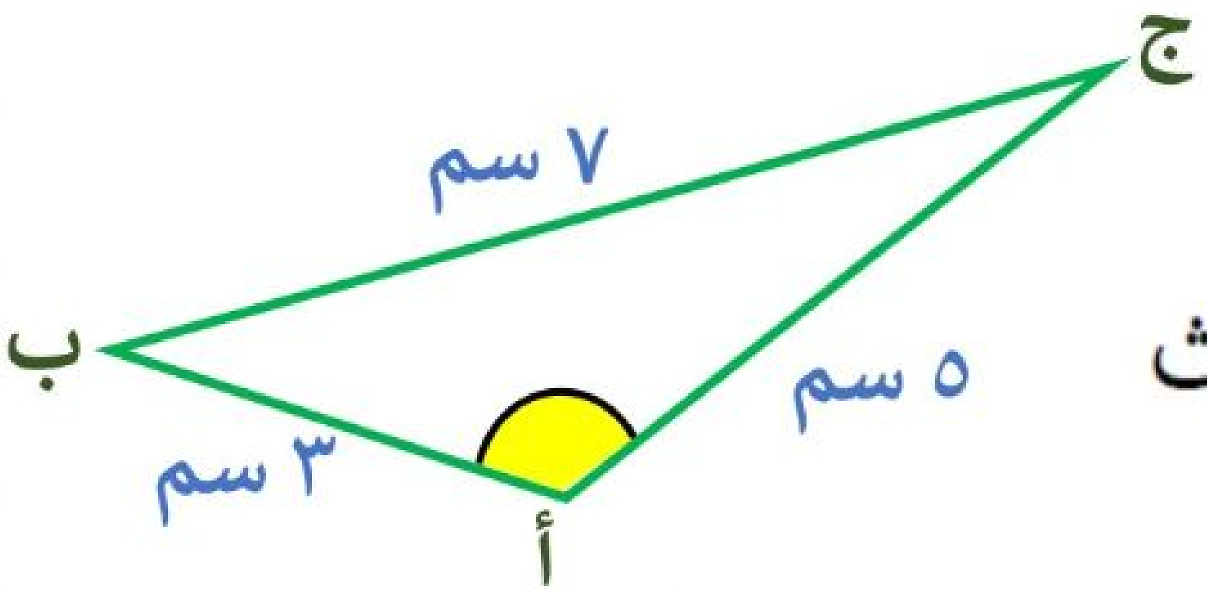
٤٤١ = ٧س$^{٢}$    بالقسمة على ٧

٦٣ = س$^{٢}$    نأخذ الجذر التربيعي

$\sqrt{٦٣}$ = س

$\boxed{\text{س = ٧,٩}}$

# نشاط جماعي:




١) مثلث أطوال أضلاعه ٣سم ، ٥سم ، ٧ سم

<u>ضع دائرة</u> حول قياس أكبر زاوية من زوايا المثلث

°١٥٠     °١٢٠     °٦٠     °٣٠

$$\text{جتا (أ)} = \frac{\text{ب}^{٢} + \text{ج}^{٢} - \text{أ}^{٢}}{\text{٢ ب ج}}$$

$$\text{جتا (أ)} = \frac{(٥)^{٢} + (٣)^{٢} - (٧)^{٢}}{٢ \times ٥ \times ٣}$$

$$\text{جتا (أ)} = \frac{-١٥}{٣٠}$$

$$\text{جتا (أ)} = -\frac{١}{٢}$$

$$\boxed{\text{Shift cos ( - 0.5)}}$$

$$\text{ق}(\hat{\text{أ}}) = ١٢٠°$$

## تابع نشاط جماعي :

٢) في Δ أ ب جـ إذا كان $\boxed{\text{أ}' = \text{ب}'}$ ، $\frac{(\text{جـ}')^٢ - ٢(\text{أ}')^٢}{(\text{أ}')^٢} = ١$

<u>ضع دائرة</u> حول ق ( $\hat{\text{جـ}}$ )

٣٠°  ٦٠°  ١٢٠°  ١٥٠°

$$\frac{(\text{جـ}')^٢ - ٢(\text{أ}')^٢}{(\text{أ}')^٢} = ١$$

$$(\text{جـ}')^٢ - ٢(\text{أ}')^٢ = (\text{أ}')^٢$$

$$(\text{جـ}')^٢ = (\text{أ}')^٢ + ٢(\text{أ}')^٢$$

$$\boxed{(\text{جـ}')^٢ = ٣(\text{أ}')^٢}$$

$$\text{جتا (جـ)} = \frac{(\text{أ}')^٢ + (\text{ب}')^٢ - (\text{جـ}')^٢}{٢\ \text{أ}'\ \text{ب}'}$$

$$\text{جتا (جـ)} = \frac{(\text{أ}')^٢ + (\text{أ}')^٢ - (\text{جـ}')^٢}{٢ \times \text{أ}' \times \text{أ}'}$$

$$\text{جتا (جـ)} = \frac{٢(\text{أ}')^٢ - ٣(\text{أ}')^٢}{٢(\text{أ}')^٢}$$

$$\text{جتا (جـ)} = \frac{-١\cancel{(\text{أ}')^٢}}{٢\cancel{(\text{أ}')^٢}}$$

$$\text{جتا (جـ)} = \frac{-١}{٢}$$

$$\text{ق}(\hat{\text{جـ}}) = ١٢٠°$$

٣) في المثلث س ص ع إذا كان س′ = ص′

**ضع دائرة** حول جتا ( س )

$\frac{\text{٢}(\text{ص}')^{\text{٢}}}{\text{ع}'}$ $\frac{\text{ع}'}{\text{٢ ص}'}$ $\frac{\text{ع}'}{\text{٤ س}'}$ $\frac{\text{ص}'}{\text{٢ }(\text{س}')^{\text{٢}}}$

## نشاط ختامي:

١)أكمل

إذا كان طول ضلعين في مثلث هي ٤سم ، ٥سم وقياس الزاوية بينهما تساوي ٨٠° فإن طول الضلع الثالث لأقرب سم يساوي ≈ ٦ سم

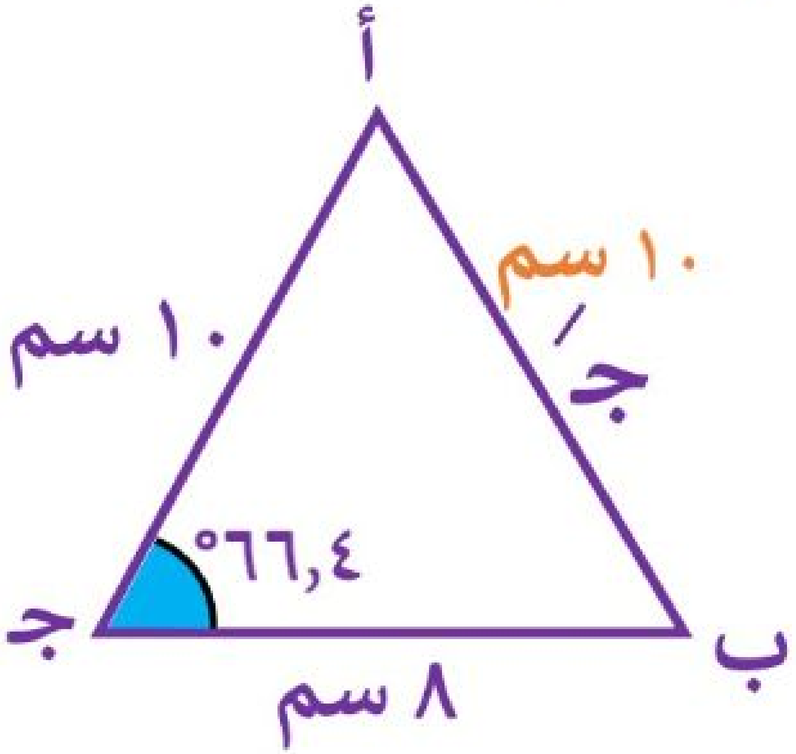
(أَ)٢ = (بَ)٢ + (جَ)٢ − ٢ بَ جَ جتا ( أ )

(أَ)٢ = (٤)٢ + (٥)٢ − ٢ × ٤ × ٥ × جتا (٨٠)

(أَ)٢ ≈ ٣٤سم ⟵ أَ = $\sqrt{٣٤}$ = ٥,٨ سم

٢) أ ب جـ مثلث فيه ب جـ = ٨سم ، أ جـ = ١٠ سم ، جتا جـ = $\frac{٢}{٥}$ ، وضح أن المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين .

جتا (جـ) = $\frac{٢}{٥}$ = ٠,٤ → $\boxed{\text{Shift cos (0.4)}}$ → ق ( $\hat{جـ}$ ) = ٦٦,٤°




( جـَ )$^{٢}$ = ( أَ )$^{٢}$ + ( بَ )$^{٢}$ ـ ٢ أَ بَ جتا ( جـ )

( جـَ )$^{٢}$ = (٨)$^{٢}$ + (١٠)$^{٢}$ ـ ٢ × ٨ × ١٠ × جتا (٦٦,٤)

( جـَ )$^{٢}$ ≈ ١٠٠سم

جـَ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم ← ∵ أب = أجـ = ١٠سم

∴ المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

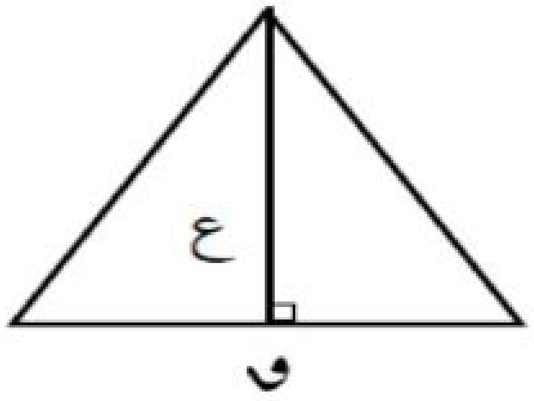
النشاط البيتي : رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٨٢ + رقم ( ٢/د) كتاب النشاط صفحة ٨٣

# (١٣-٤)
# مساحة المثلث

## (١٣ - ٤) مساحة المثلث

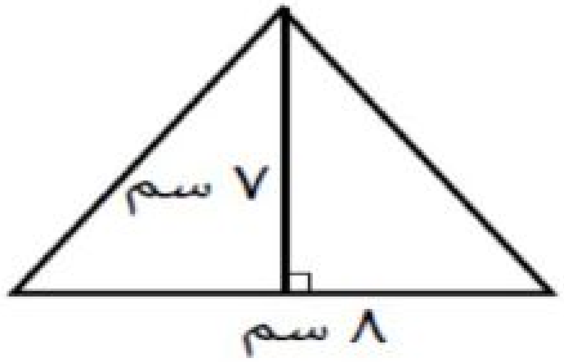
تذكر أن:

مساحة المثلث إذا علم طول القاعدة والارتفاع يمكن حسابها من القانون:




$$\text{مساحة المثلث} = \frac{١}{٢} \times ع \times و$$

تدريب: أحسب مساحة الشكل المقابل

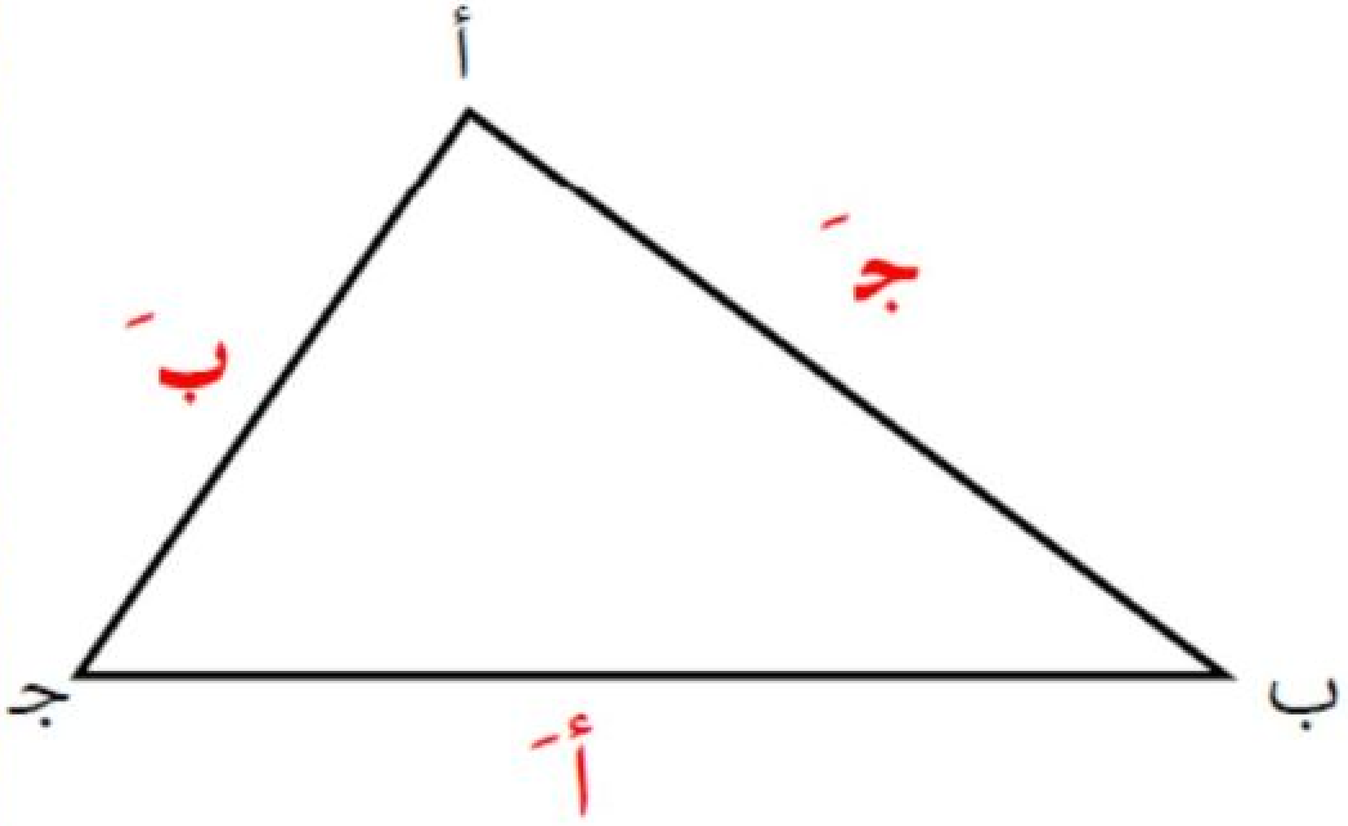



$$\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٧ = ٢٨\text{سم}$$

سؤال: كيف نحسب مساحة المثلث إذا كان الارتفاع أو القاعدة مجهول؟

# مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة بينهما

مساحة المثلث= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب أي ضلعين ×جيب الزاوية المحصورة بينهما

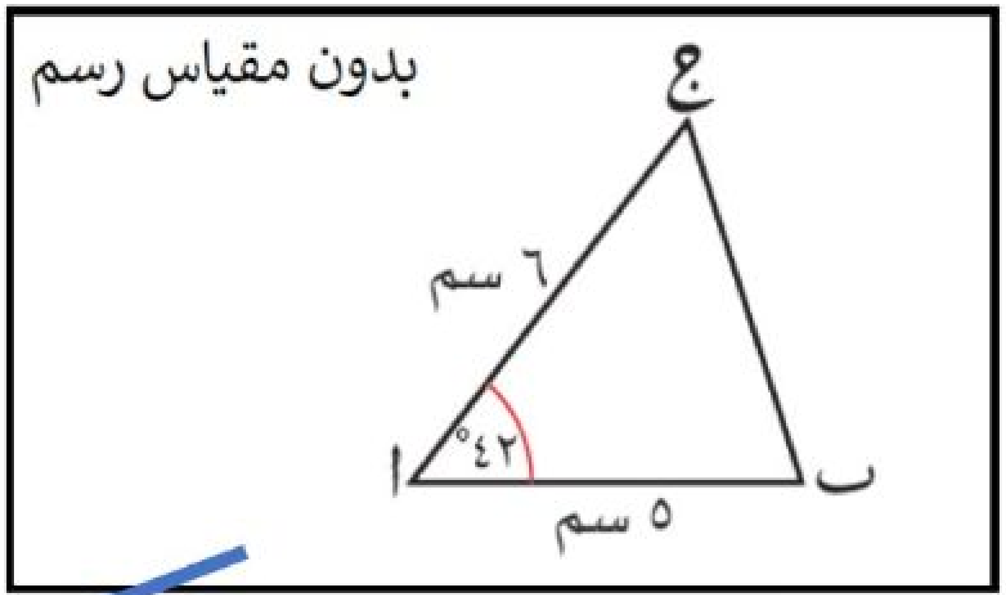


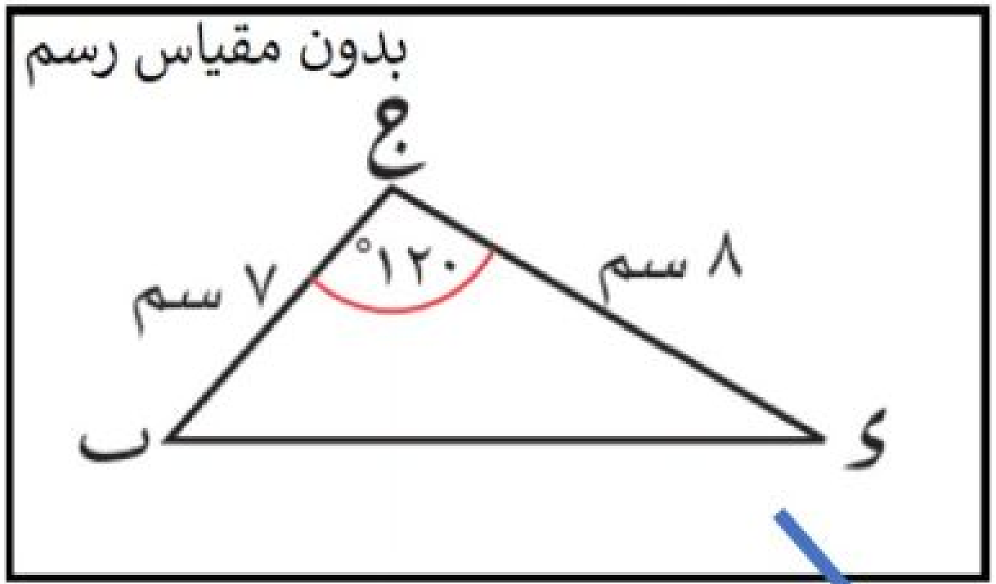

= $\frac{١}{٢}$ مَ بَ جا(ج)

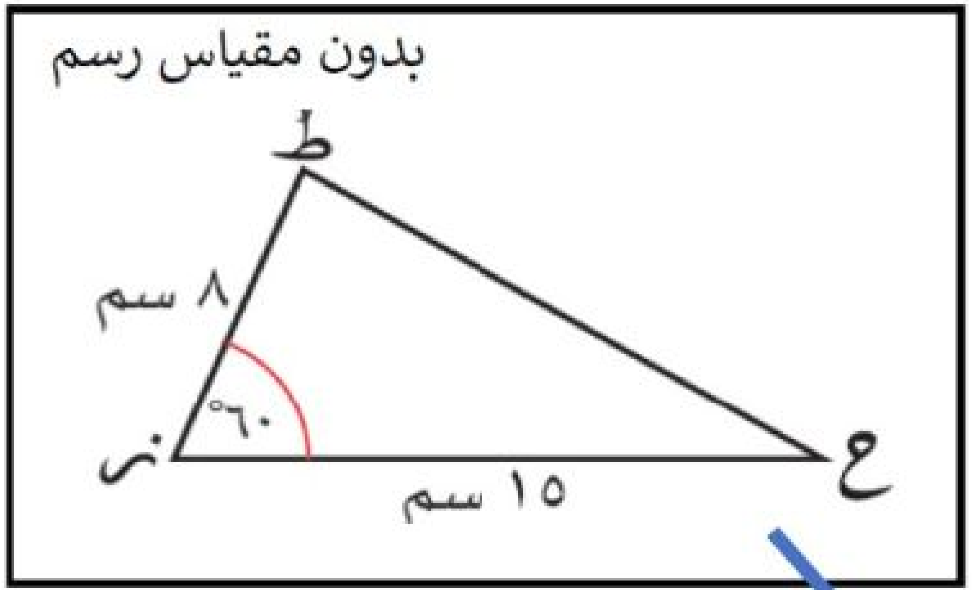
= $\frac{١}{٢}$ بَ جَ جا(م)

= $\frac{١}{٢}$ مَ جَ جا(ب)

## مثال: صل كل مثلث بمساحته لأقرب عدد صحيح



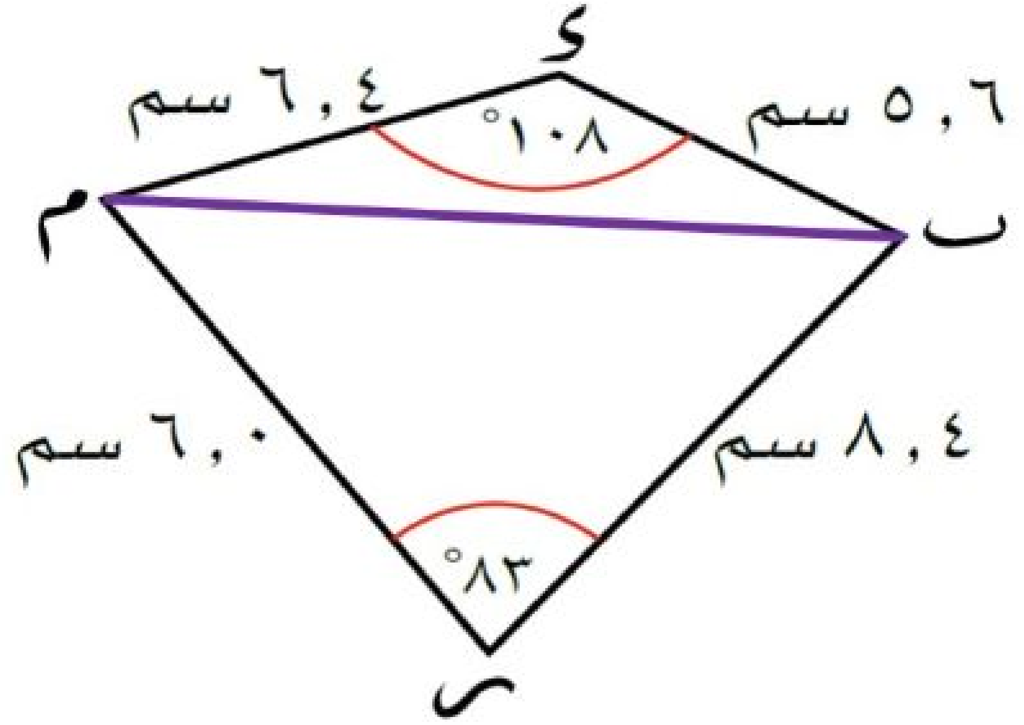



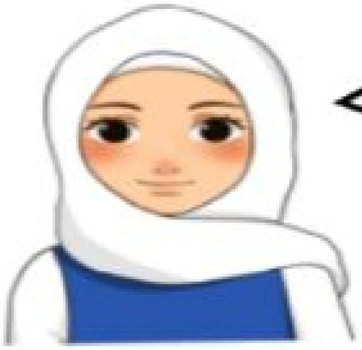




| | | |
|---|---|---|
| ٢٤ سم$^{٢}$ | ٥٢ سم$^{٢}$ | ١٠ سم$^{٢}$ |

**تنبيه:** لإيجاد مساحة المضلعات المختلفة تقسم المضلع إلى مثلثات ونوجد مساحة كل منهما ثم نوجد مجموعهما.

## مثال: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٣٧



تقول لمى أن مساحة الشكل المجاور ≈ ٤٢ سم$^{٢}$

وضح أن إجابة لمى صحيحة.

مساحة المثلث ب د م = $\frac{١}{٢}$ × ٥,٦ × ٦,٤ × جا (١٠٨) ≈ ١٧ سم

مساحة المثلث ب ر م = $\frac{١}{٢}$ × ٨,٤ × ٦,٠ × جا (٨٣) ≈ ٢٥ سم

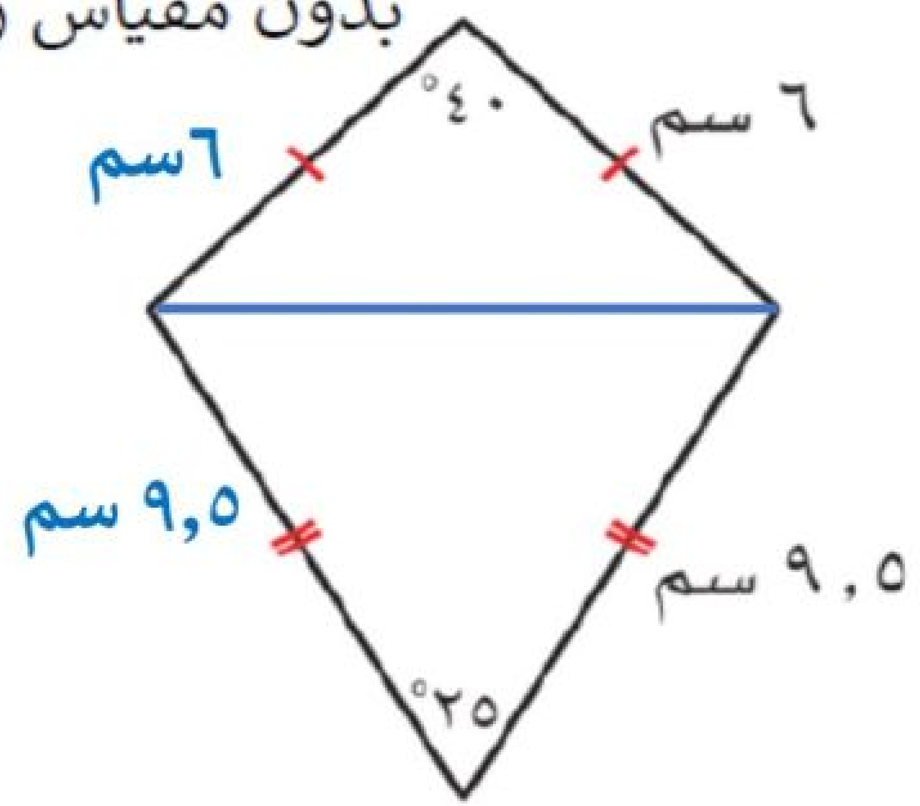
مساحة الشكل = ١٧ + ٢٥ = ٤٢ سم$^{٢}$

ملاحظة : لإيجاد مساحة المثلث:

- إذا كان المعطى قياس زاويتين وطول ضلع واحد تستخدم قانـون الجيب لإيجاد طول الضلع الأخر.
- إذا كان المعطى أطوال الأضلاع الثلاثة نستخدم قانون جيب التمام لإيجاد طول الضلعين

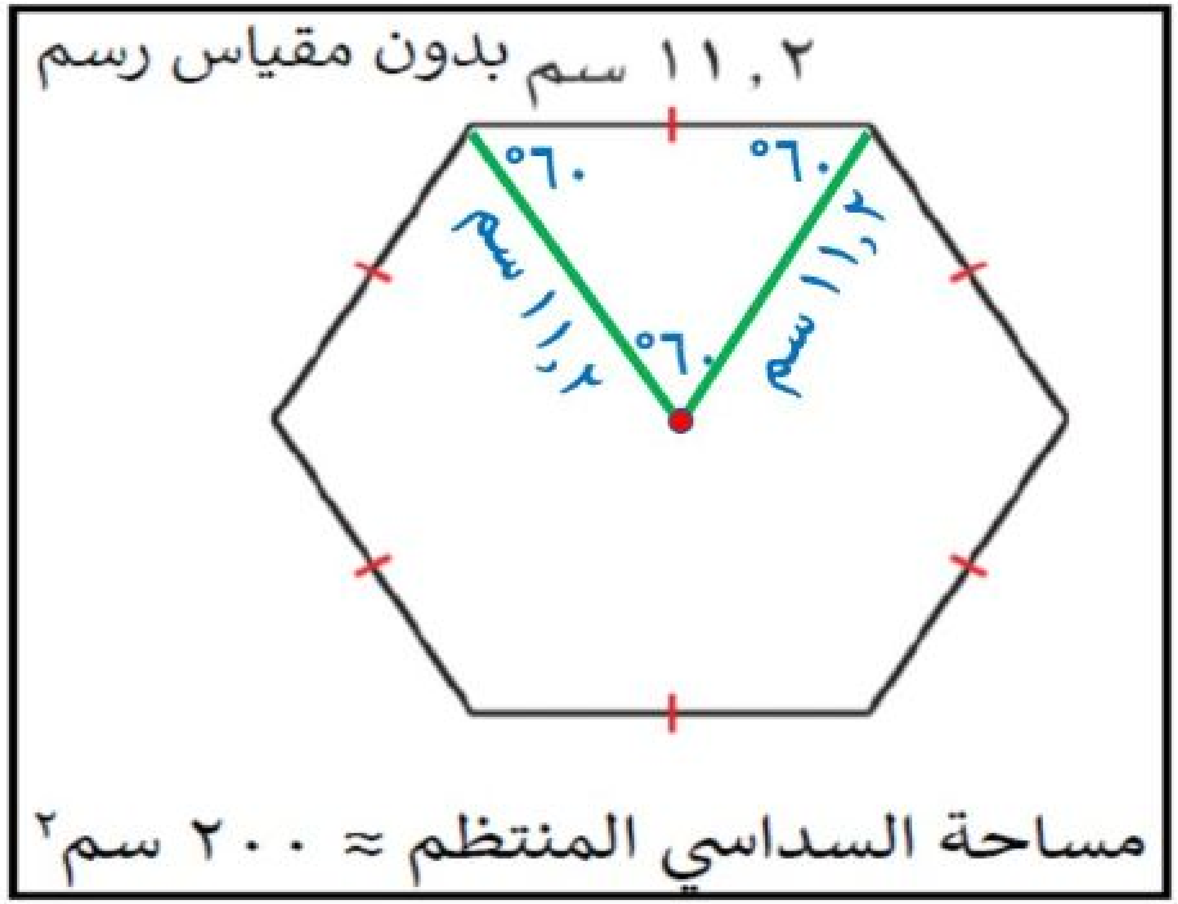
نشاط فردي (٢): رقم ٥ صـ ١٣٧

ضع √ في المكان المناسب مع التبرير




مساحة الدالتون ≈ ٣١ سم٢

| صح | خطأ | التبرير |
|---|---|---|
| √ | | $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٦ × جا (٤٠) ≈ ١١,٦<br>$\frac{1}{2}$ × ٩,٥ × ٩,٥ × جا(٢٥) ≈ ١٩<br>مساحة الدالتون = ١١,٥+ ١٩<br>≈ ٣١ سم |




☐ ☑

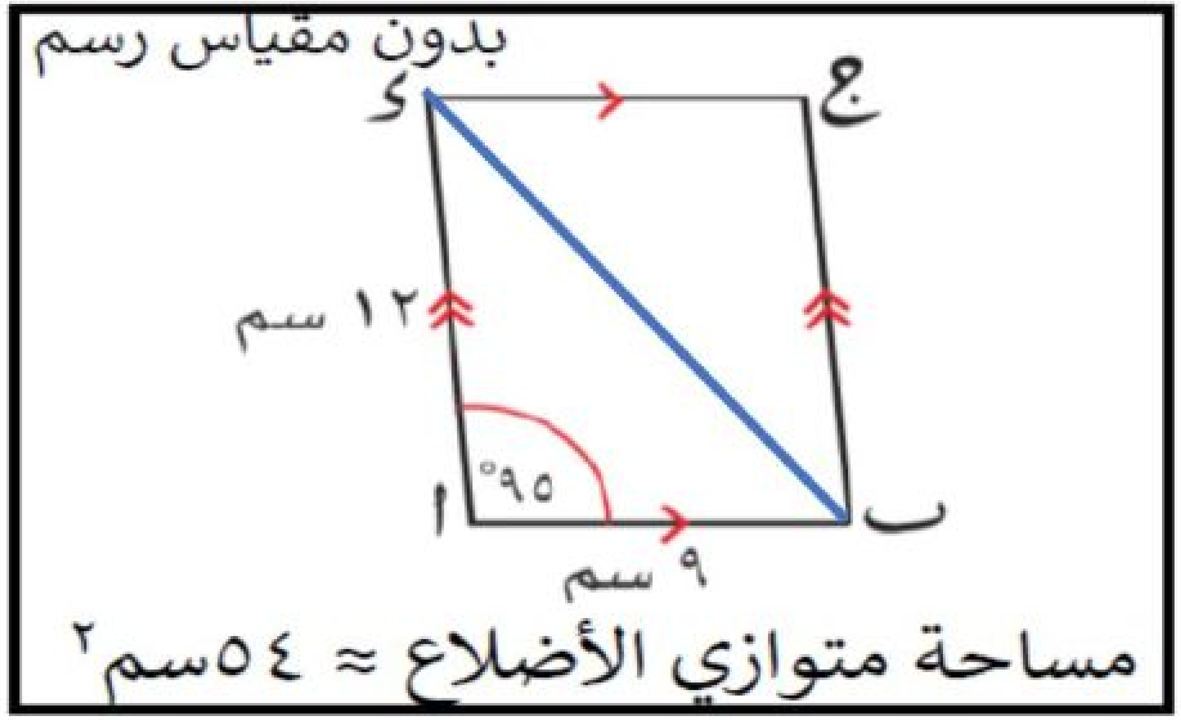
مساحة المثلث =

$\frac{١}{٢}$ × ١١,٢ × ١١,٢ × جا (٦٠)

= ٥٤,٣ سم

مساحة السداسي = ٦ × ٥٤,٣

= ٣٢٥,٩ سم




☐ ☑

مساحة المثلث أ ب د =

$\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢ × جا (٩٥) ≈ ٥٤ سم

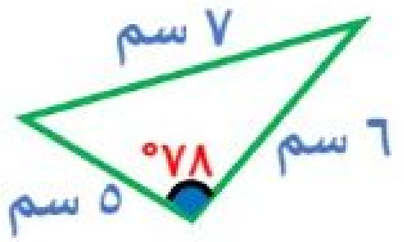
مساحة متوازي الاضلاع = ٢ × ٥٤

= ١٠٨ سم

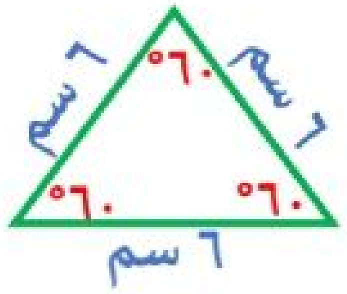
ملاحظة : من خواص متوازي الأضلاع:

- كـــل ضلعـــين متقـــابلـــين متســـاويـــين فـــي الطـــول
- كل زاويتين متقابلتين متساويتين - كل زاويتين متتاليتين متكاملتين

(ب)




(أ)




## نشاط ثنائي:

المثلث (أ): أطوال أضلاعه ٦ سم ،٦ سم ، ٦ سم

المثلث(ب): أطوال أضلاعه ٥ سم ،٦ سم ، ٧ سم

أي من هذين المثلثين مساحته أكبر .

أحمد

مساحة المثلث (أ)

محمد

مساحة المثلث (ب)

أي منهما إجابته صحيحة ☑ أحمد ☐ محمد؟ فسر إجابتك.

مساحة المثلث ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٦ × جا (٦٠) = ١٥,٥ سم

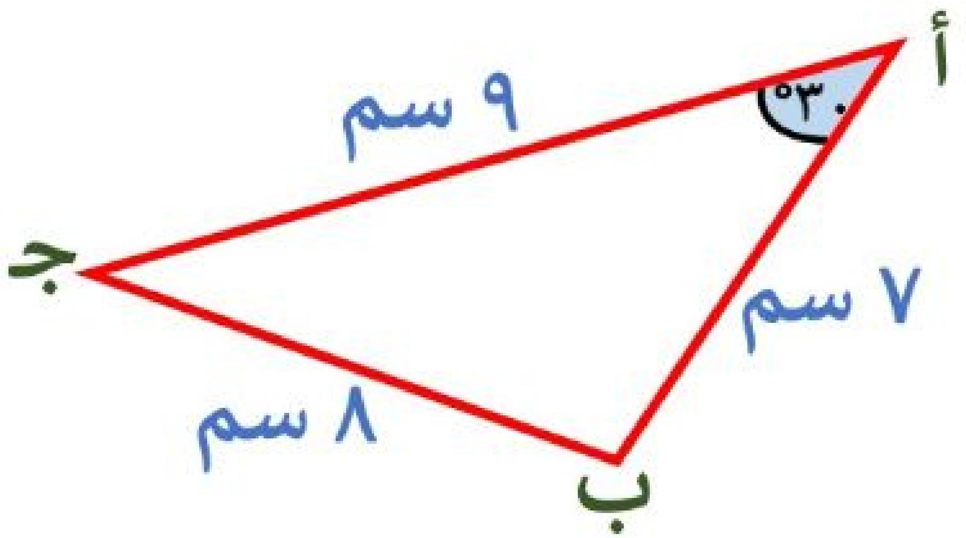
مساحة المثلث (ب) = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٦ × جا (٧٨) = ١٤,٦ سم

مساحة المثلث ( أ ) اكبر

**نشاط ثنائي:** مثلث ٢ب جـ فيه طول أب=٧ سم، طول ب جـ = ٨سم ،
طول أجـ =٩سم ، ق($\hat{أ}$)= ٣٠° أرادت جنى إيجاد مساحة المثلث فكان حلها كالتالي:

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٨×٩ × جا(٣٠)
=١٨ سم$^{٢}$

وضح أن حل جنى خاطئ.




مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٧ × ٩ × جا (٣٠)

= ١٥,٧٥ سم

نشاط جماعي: مثلث ا ب جـ فيه أَ = ١٣ سم ، ق($\hat{جـ}$)= ٦٠°

ومساحة سطحه ٨٤ سم$^{٢}$

١) ضع دائرة حول طول بَ مقربا لأقرب سم

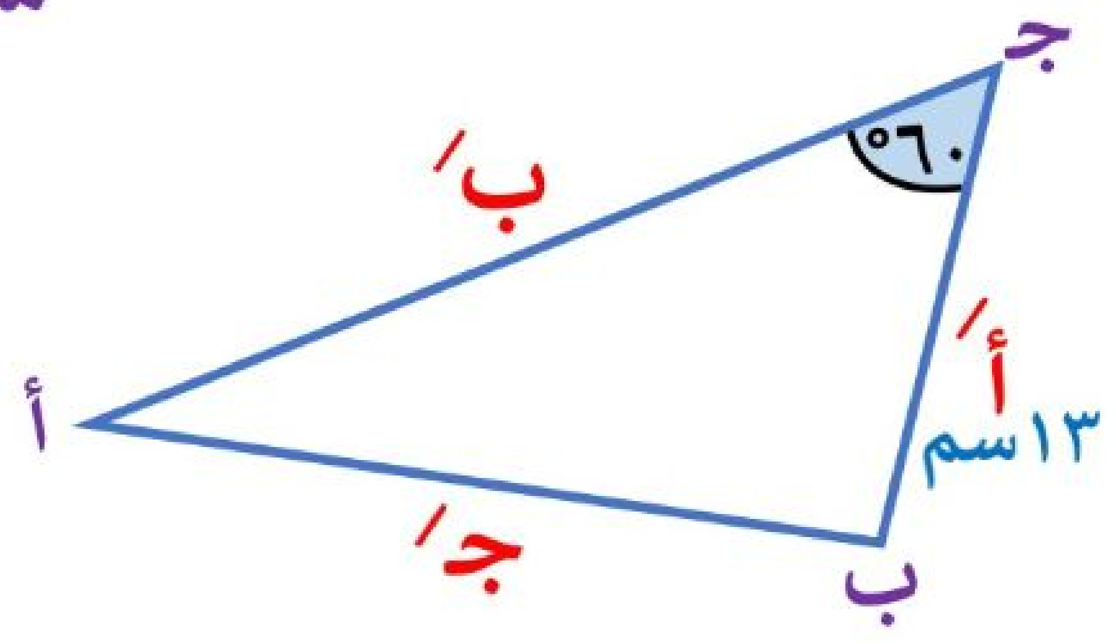
١٥ ١٣ ٧ ٤

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × أَ × بَ × جا (٦٠)

٨٤ = $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × بَ × جا (٦٠)

٨٤ = ٥,٦ بَ بالقسمة على (٥,٦)

١٥ = بَ



٢) ضع دائرة حول طول جـَ مقربا لأقرب سم

١٥ ١٤ ١٣ ٧

$$(\text{جَ})^{٢} = (\text{أَ})^{٢} + (\text{بَ})^{٢} - ٢\ \text{أَ}\ \text{بَ}\ \text{جتا}(\text{ج})$$

$$(\text{جَ})^{٢} = (١٣)^{٢} + (١٥)^{٢} - ٢ \times ١٣ \times ١٥ \times \text{جتا}(٦٠)$$

$$(\text{جَ})^{٢} = ١٩٩ \longrightarrow \text{جَ} = \sqrt{١٩٩} \approx ١٤\ \text{سم}$$

٣) ضع دائرة حول $\text{ق}(\hat{\text{أ}})$

°٥٣ °٦٨ °١١٢ °١٢٧

$$\frac{\text{جا}(٦٠)}{١٤} = \frac{\text{جا}(\text{أ})}{١٣}$$

$$\text{جا}(\text{أ}) = \frac{١٣ \times \text{جا}(°٦٠)}{١٤}$$

$$\text{جا}(\text{أ}) = ٠{,}٨\ \text{سم}$$

$\boxed{\text{Shift cos (0.8)}}$

$$\text{ق}(\hat{\text{أ}}) = °٥٣$$

نشاط تعزيزي:

١) مساحة مثلث س ص ع = $\frac{١}{٢}$ س َ ع َ × $\boxed{\phantom{xxxx}}$

ضع دائرة حول قيمة المربع المناسبة

جا(ص) جتا(س) جا(س) جتا(ص)

٢) في المثلث أب جـ ، أ َ = ٨ سم ، ب َ = ٧ سم ، جتا(جـ)= − $\frac{١}{٢}$

ق ( جـ^ ) = ١٢٠°

ضع دائرة حول مساحة المثلث لأقرب سم$^{٢}$

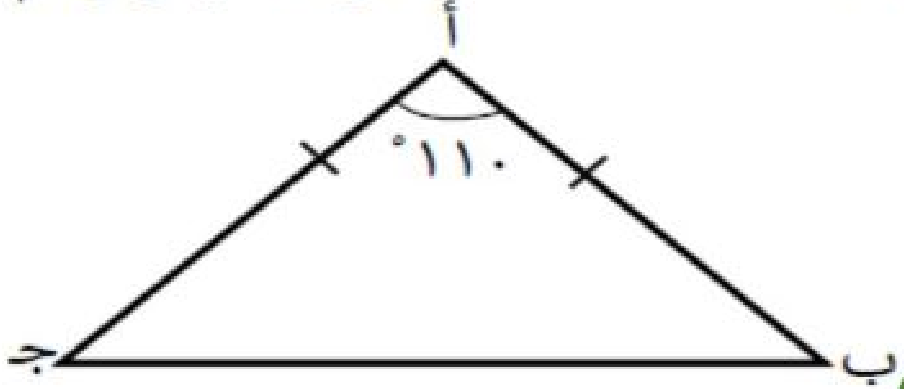
٤٨ ٢٤ ٢٨ ١٤

٣) ضع دائرة حول الصيغة التي تستخدم لإيجاد مساحة المثلث أ ب جـ

$\frac{١}{٢}$أ َ جـ َ جا(جـ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(جـ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(أ) $\frac{١}{٢}$أ َ ب َ جا(ب)

٢) المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين ، طول أب=طول أجـ

دون مقياس رسم




مساحتــــه ٨٥ ســـم $^{٢}$

ضع دائرة حول طول أجـ

| | | | |
|---|---|---|---|
| ١٨٠ | ٩٠ | ١٧ | $\boxed{١٣}$ |

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ( أجـ )$^{٢}$ × جا ( أ )

٨٥ = $\frac{١}{٢}$ × ( أجـ )$^{٢}$ × جا ( ١١٠ )

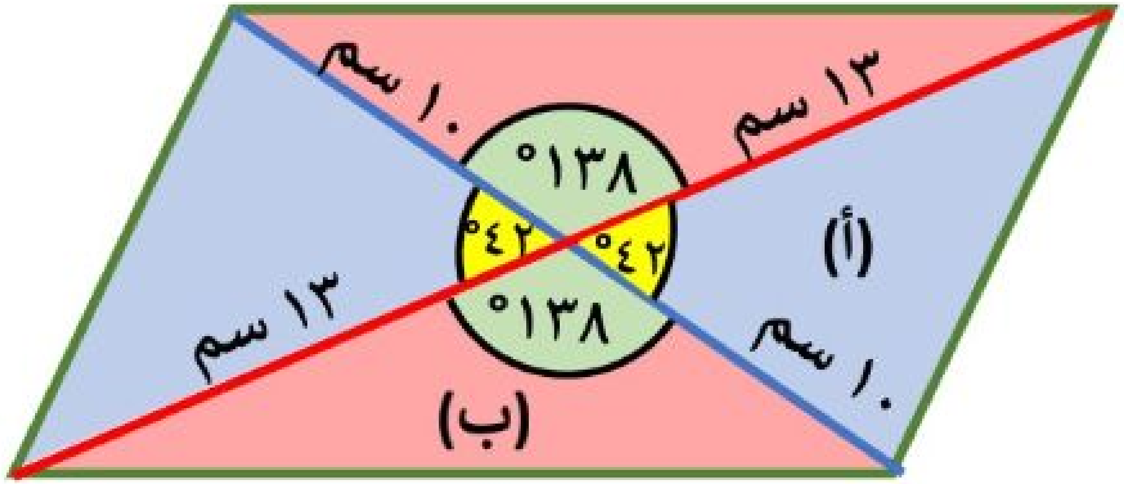
٨٥ = ٠,٤٦٩ ( أجـ )$^{٢}$ بالقسمة على ( ٠,٤٦٩ )

( أجـ )$^{٢}$ = ١٨١,٢ ⟵ أجـ = $\sqrt{١٨١,٢}$ ≈ ١٣ سم

## نشاط ختامي:

ينصف قطرا متوازي أضلاع أحدهما الآخر ، ويشكلان زاوية قياسها ٤٢°
إذا كان طولا القطرين ٢٦ سم ، و ٢٠ سم فأوجد ما يلي:

أ ) مساحة متوازي الأضلاع




مساحة المثلث ( أ ) = $\frac{1}{2}$ × ١٣ × ١٠ × جا (٤٢)

= ٤٣,٤ سم

مساحة المثلث (ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٣ × ١٠ × جا (١٣٨)

= ٤٣,٤ سم

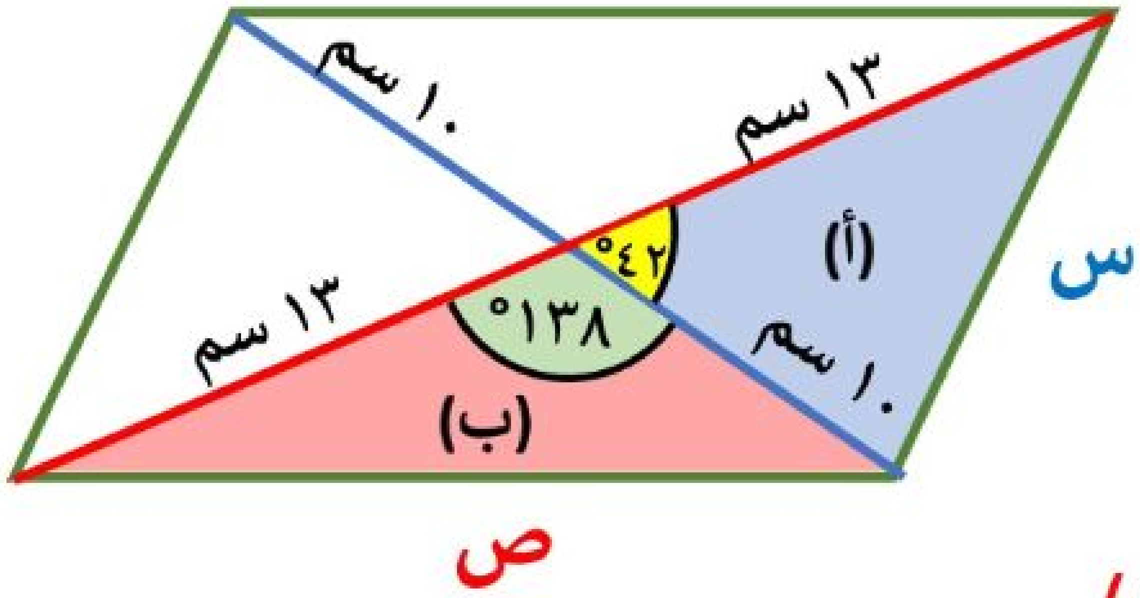
مساحة متوازي الاضلاع = ٤ × ٤٣,٤ ≈ ١٧٤سم

## ب) أطــــوال الأضـــــلاع

$(س)^{٢} = (١٣)^{٢} + (١٠)^{٢} - ٢ \times ١٣ \times ١٠ \times$ جتا $(٤٢)$

$(س)^{٢} = ٧٥,٧$

$س = \sqrt{٥٧,٧} = ٥,٨$ سم




$(ص)^{٢} = (١٣)^{٢} + (١٠)^{٢} - ٢ \times ١٣ \times ١٠ \times$ جتا $(١٣٨)$

$(ص)^{٢} = ٤٦٢,٢$

$ص = \sqrt{٤٦٢,٢} \approx ٢١,٥$سم

اطوال متوازي الاضلاع :

٥,٨ سم ، ٢١,٥سم

الواجب المنزلي :رقم (٣/ج) كتاب النشاط صفحة٨٦

## فريق العمل

أ. حســــن بن أحــمد آل سنان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مـروة بنت راشد الغنبوصية

محافظة جـنوب الشرقية – مدرســة السويح (١-١٠)

## اعداد العرض

أ- محمد سالم المقبالي

محافظة شمال الباطنة

مدرسة / سهيل بن عمرو (٩-١٢)